Funkce jedné prom. $y = f(x)$ definovaná implicitně zadanou rovnicí $F(x, y) = 0$.
(krátce: implicitní funkce)

Věta 7.2

Nechť 1. $F(x_0, y_0) = 0$

2. Derivace F_x, F_y jsou spojité v okolí bodu $[x_0, y_0]$.

3. $F_y(x_0, y_0) \neq 0$.

Potom existuje okolí $U(x_0) = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$

a jediná fce $y = f(x)$ taková, že

1. $f(x_0) = y_0$ a pro $\forall x \in U(x_0)$ je

$F(x, f(x)) = 0$

2. funkce f, f' jsou spojité v okolí $U(x_0)$,

3. pro každé $x \in U(x_0)$ existuje derivace

$f'(x) = -\frac{F_x(x,y)}{F_y(x,y)}$, kde $y = f(x)$.

Dodatek. Má-li fce F v okolí $U(x_0, y_0)$ spojité PD až do řádu k, pak i implicitní funkce $y = f(x)$ má spojité derivace do řádu k.

Funkce dvou prom. $z = f(x, y)$ implicitně definovaná zadanou rovnicí $F(x, y, z) = 0$ v okolí bodu $A = [x_0, y_0, z_0]$ (krátce: implicitní funkce)

Věta 7.5

Nechť 1. $F(A) = 0$

2. Derivace F_x, F_y, F_z jsou spojité v okolí $U(A)$.

3. $F_z(A) \neq 0$.

Potom existuje okolí $U(x_0, y_0)$ a jednoznačně určená fce $z = f(x, y)$ taková, že

1. $f(x_0, y_0) = z_0, F(x, y, f(x, y)) = 0$ v $U(x_0, y_0)$,

2. funkce f a derivace f_x, f_y jsou spojité v $U(x_0, y_0)$,

3. pro každé $[x, y] \in U(x_0, y_0)$ existují parciální derivace $\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z}, \ \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z}$.

Derivace na levých stranách jsou v bodě $[x, y]$, na pravých stranách v bodě $[x, y, f(x, y)]$.