Matematika I – akademický rok 2014/15

Plán přednášek v prezenčním studiu

Odpadlá výuka:
Středa 1.10. (2. týden), Imatrikulace, nahrazeno ve středu 7.1. 2015
Úterý 28.10. (6. týden), státní svátek, nahrazeno v úterý 6.1. 2015
Pondělí 17.11. (9. týden), státní svátek, nahrazeno v pondělí 5.1. 2015

týden

1. Vektorový prostor, lineární závislost a nezávislost skupiny vektorů, dimenze, báze, podprostor. Speciálně, prostory R^n, E_n a $V(E_n)$. Operace s vektory ve $V(E_n)$ (sčítání a odčítání vektorů, násobení vektoru reálným číslem, skalární součin dvou vektorů).

   Matice typu $m \times n$, matice transponovaná, trojúhelníková, čtvercová, jednotková.

2. Rovnost dvou matic, operace s maticemi (jejich součet, rozdíl, násobení matice reálným číslem, součin dvou matic). Hodnost matice. Určení hodnosti konkrétní matice (včetně matic s parametry).

   Determinant čtvercové matice. Vlastnosti a výpočet determinantů. Regulární a singulární matice. Inverzní matice, podmínky pro její existenci, její výpočet. Úlohy s parametry.

3. Soustava lineárních algebraických rovnic (souřadnicový i maticový zápis). Gaussova eliminační metoda. Frobeniova věta. Existence a počet řešení homogenní i nehomogenní soustavy, struktura množiny všech řešení. Cramerovo pravidlo. Řešení soustav lineárních rovnic s parametry.
   Vlastní čísla a vlastní vektory čtvercové matice, geometrický význam. Charakteristická rovnice čtvercové matice. Nalezení vlastních čísel a vlastních vektorů konkrétní matice pro $n = 2$, $n = 3$.

4. Množina reálných čísel R, rozšířená množina reálných čísel R^*, operace a uspořádání v množině R^*. Různé typy okolí bodů v R^*. Posloupnost reálných čísel, posloupnost shora omezená, zdola omezená, omezená, rostoucí, klesající.
   Limita posloupnosti. Základní věty o limitách posloupností (aritmetické operace, sevřená posloupnost, vybraná posloupnost), použití při výpočtu limit posloupností.
   Shrnutí a doplnění pojmů ze střední školy (viz též 3. cvičení): Funkce jedné reálné proměnné, definiční obor, obor hodnot, graf. Zúžení (restrikce) funkce. Funkce sudá, lichá, periodická. Složená funkce. Inverzní funkce. Funkce shora omezená, zdola omezená, omezená, rostoucí, klesající, nerostoucí, neklesající, monotónní, ryze monotónní. Přehled základních funkcí: mocninná, polynom, n-tá odmocnina, lineární lomená, exponenciální, logaritmická, goniometrické.

5. Funkce cyklometrické.
   Limita funkce (vlastní i nevlastní, ve vlastním i v nevlastním bodě). Limita zprava, limita zleva. Základní věty o limitách funkcí. Limita složené funkce. Výpočet jednodušších limit.
   Spojitost funkce v bodě, spojitost zprava a zleva. Spojitost funkce na intervalu. Věty o spojitosti součtu, rozdílu, součinu, podílu dvou funkcí. Věta o spojitosti složené funkce a věta o spojitosti inverzní funkce. Věta o nabývání mezihodnot (Darbouxova věta) a věta o existenci maxima a minima spojité funkce na omezeném uzavřeném intervalu.
   Derivace funkce v bodě x_0, derivace zprava a zleva, nevlastní derivace. Geometrická i fyzikální interpretace pojmu derivace. Rovnice tečny ke grafu funkce $y = f(x)$ v bodě $[x_0, f(x_0)]$.
   Diferenciál funkce v bodě, jeho geometrický význam, použití k přibližnému výpočtu funkčních hodnot. Přibližné řešení rovnice $f(x) = 0$ (informativně).

6. Souvislost existence derivace funkce a její spojitosti v bodě a na intervalu. Vzorce pro derivace elementárních funkcí (příklady odvození).

   Věty o derivaci součtu a rozdílu dvou funkcí, násobku funkce reálným číslem, součinu a podílu dvou funkcí.

   Věty o derivaci složené funkce, inverzní funkce. Použití na konkrétních příkladech.
   Derivace vyšších řádů.
   Věta o střední hodnotě (Lagrangeova), grafické znázornění. L'Hospitalovo pravidlo.
   Souvislost znaménka první derivace a průběhu funkce na intervalu. Monotónie funkce.

7. Lokální extrémy funkce, souvislosti s první a druhou derivací. Nalezení lokálních extrémů konkrétních funkcí.
   Globální extrémy spojité funkce na intervalu. Nalezení globálních extrémů konkrétních funkcí.

   Konvexní a konkávní funkce na intervalu. Inflexní bod. Souvislost znaménka druhé derivace a konvexnosti (konkávnosti) funkce na intervalu. Nalezení inflexních bodů konkrétních funkcí.

8. Asymptoty. Vyšetření průběhu funkce.

   Křivost, oskulační kružnice.
   Taylorův polynom (speciálně MacLaurinův polynom) stupně n funkce f v bodě x_0. Odvození vzorců pro koeficienty Taylorova polynomu. Taylorova věta. Lagrangeův tvar zbytku, jeho využití v úlohách. Aproximace funkcí Taylorovými polynomy.

9. Primitivní funkce, neurčitý integrál. Postačující podmínka pro existenci primitivní funkce a neurčitého integrálu na intervalu. Základní (tzv. tabulkové) neurčité integrály.
   Věta o integraci per–partes. Použití na příkladech.
   Věta o integraci substitucí. Použití této věty (tzv. 1. a 2. substituční metoda). Výpočet neurčitých integrálů pomocí různých substitucí.

10. Racionální funkce, rozklad na součet parciálních zlomků.
    Integrace racionální funkce s polynomem stupně nejvýše 3 ve jmenovateli.

    Integrace funkcí typu $\sin^m x \cdot \cos^n x$.
    Integrace iracionálních funkcí typu $R(x, \sqrt[n]{(ax+b)/(cx+d)})$ (ke zkoušce Alfa).

11. Riemannův integrál, geometrická a fyzikální interpretace, základní vlastnosti.
    Newtonova–Leibnizova formule. Střední hodnota funkce na intervalu.
    Metoda per–partes pro Riemannův integrál.
    Substituční metoda pro Riemannův integrál.

12. Aplikace Riemannova integrálu: obsah plochy, objem rotačního tělesa, délka křivky.

    Riemannův integrál jako funkce horní meze. Nevlastní Riemannův integrál (ke zkoušce Alfa).

13. Numerický výpočet Riemannova integrálu, lichoběžníková metoda. Opakování a shrnutí látky.

Matematika I – akademický rok 2014/15, plán volitelného předmětu Seminář z Matematiky I

Plán semináře se tematicky shoduje s plánem cvičení, výuka v seminářích však začíná ve druhém týdnu semestru. V seminářích budou mj. řešeny úlohy ze semestrálních zkoušek z minulých let. Pouze v rámci semináře úrovně A, který si student(ka) zapíše do rozvrhu v KOSu, lze absolvovat zkoušku "po částech"v předmětu Matematika IA (kód 201A061), tj. úspěšným absolvováním tří průběžných testů konaných v seminářích. Podrobnosti jsou uvedeny na webu Ústavu technické matematiky (ÚTM) ve Vyhlášce o volitelném předmětu Seminář z Matematiky I a o zkoušce po částech v předmětu Matematika IA.

Požadavky k zápočtům a ke zkoušce

Cvičení: Požadavky stanoví vedoucí cvičení při zahájení výuky: aktivní účast, omluvení absencí, vypracování zadaných prací, absolvování testů.

Upozornění těm, kteří zápočet získali loni či v dřívějším studiu: Při druhém zápisu předmětu Matematika I (kód 2011056) je nutné znovu absolvovat cvičení a získat zápočet podle požadavků vedoucího cvičení !

Seminář z Matematiky I: Požadavky k zápočtu jsou uvedeny podrobně ve výše zmíněné Vyhlášce o semináři.

Zápočty ze cvičení nebo seminářů se udělují zpravidla v posledním týdnu výuky. Ve sporných případech rozhoduje o udělení zápočtu vedoucí ústavu.

Zkouška je písemná, předpokládá se však znalost pojmů vyjmenovaných v plánu přednášek a porozumění jejich vzájemným souvislostem. Rovněž se vyžaduje znalost vyjmenovaných vět (včetně předpokladů) a schopnost jejich aplikace při řešení jednoduchých úloh, včetně ověření platnosti předpokladů. Samozřejmostí je dokonalá znalost běžně používaných symbolů a značení. U zkoušky nelze tolerovat závažné nedostatky ve znalostech středoškolské matematiky, totéž platí při nezvládnutí výpočtu derivací. Studentům doporučujeme, aby si individuálně vyřešili úlohy ze zkoušek z minulých let ze sbírky [2].
Požadavky ke zkoušce úrovně A se tematicky shodují s obsahem přednášek (bez 13. týdne) a s obsahem cvičení. Požadavky pro zkoušku úrovně B jsou částečně redukovány rozsahem, liší se i menší náročností úloh ve zkouškovém testu oproti zkoušce úrovně A. Podrobně jsou požadavky uvedeny níže.
Pro představu o náročnosti zkoušek v úrovni A, resp. B by měl pomoci soubor [5], který obsahuje tři zkouškové testy pro každou úroveň. Ještě lepší představu lze získat ve Sbírce příkladů z Matematiky I, a to v kapitole "Vybrané úlohy ze zkouškových testů"- viz níže uvedená doporučená litaratura.

Zkouška po částech je popsána v samostatné vyhlášce na webu ústavu. Je možné ji konat pouze v úrovni Alfa v rámci semináře úrovně Alfa.

Zkouška ve zkouškovém období obsahuje 6 úloh s celkovým počtem 100 bodů. **Podmínkou** pro úspěšné absolvování zkoušky je dosažení alespoň 50 bodů. Tabulka klasifikace zkoušky je shodná se zkouškou po částech - viz vyhláška na webu. Pokud student(ka) dosáhne ze zkouškového testu úrovně Alfa alespoň 40 bodů (a méně než 50 bodů), obdrží nabídku hodnocení E (známka 3) zkoušky úrovně Beta.

Úroveň zkoušky A nebo B si volí student sám přihlášením v počítačovém systému KOS, nejpozději však 2 dny před jejím konáním. Vyhláška o zkoušce s termíny zkoušek bude vydána na začátku prosince.
Ve zkouškovém období letního semestru budou ještě vypsány další dva termíny. Využít je však může pouze ten, kdo při kontrole po 1. semestru studia splní podmínku dosažení alespoň 15 kreditů a zůstal mu nevyčerpaný zkušební termín.

Literatura

[1] J.Neustupa: **Matematika I.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2013 (též 2010)

[2] S.Kračmar, F. Mráz, J.Neustupa: **Sbírka příkladů z Matematiky I**. Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2013.

[3] F. Mráz: Opakovací kurs středoškolské matematiky (vybrané partie). Webové stránky Ústavu technické matematiky (ÚTM) pod odkazem Matematika I.

[4] E.Brožíková, M.Kittlerová: **Diferenciální počet funkcí jedné proměnné. Řešené příklady.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2004.

[5] **Matematika I** - ukázky zkouškových testů pro rok 2014/15. Firma Copia a webové stránky ÚTM pod odkazem Matematika I (na konci září).

[6] J.Neustupa: **Mathematics I.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha, 2004. *(Anglická verze skripta [1].)*

[7] J. Černý a kolektiv: Matematika - přijímací zkoušky na ČVUT. Nakladatelství ČVUT Praha, 2007 (stručný přehled a příklady ze středoškolské matematiky, částečně i řešené).