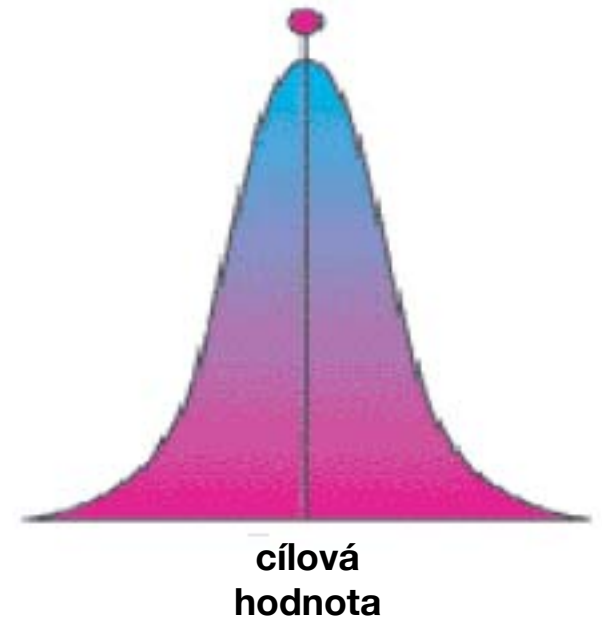
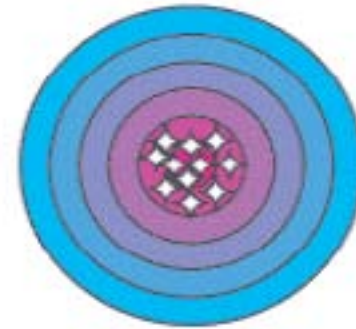
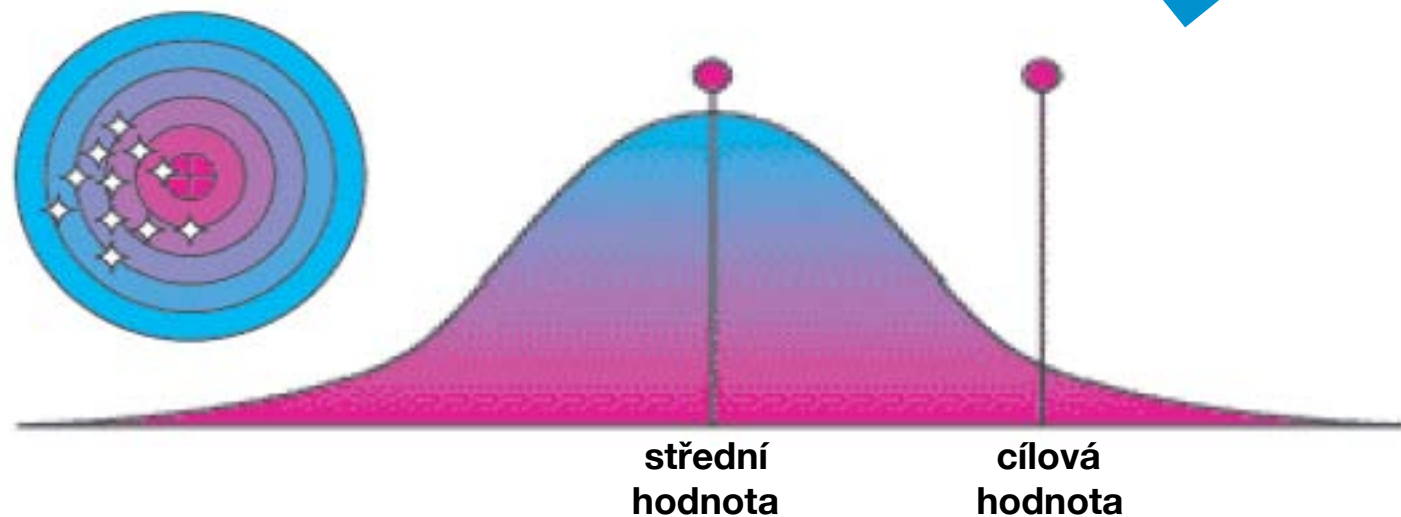


Základy navrhování průmyslových experimentů DOE



III. Vícefaktoriální experimenty



Gejza Dohnal

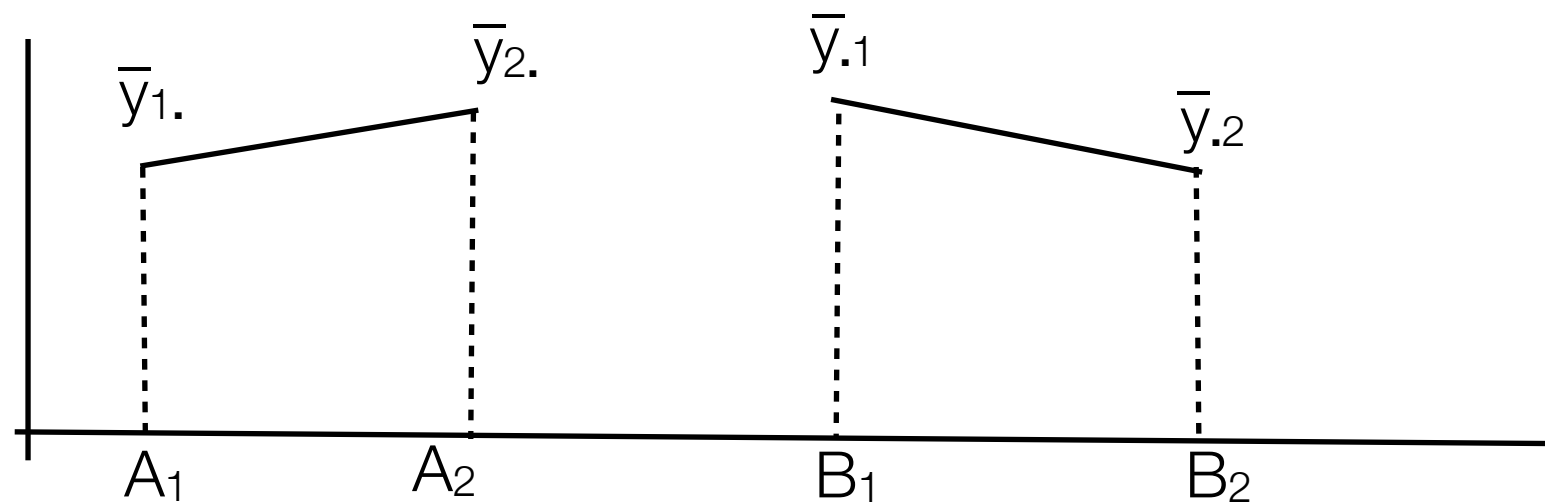
Vícefaktoriální návrhy experimentů

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22



Vícefaktoriální návrhy experimentů

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

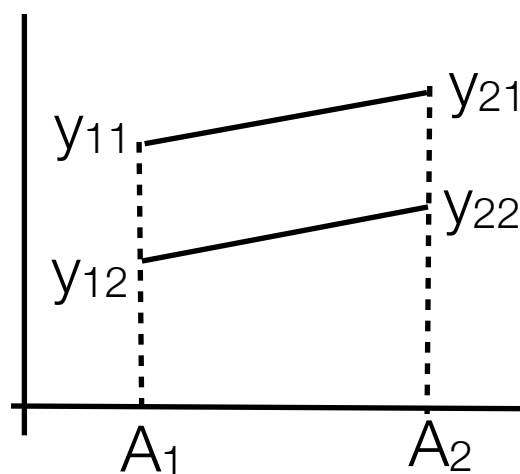
$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

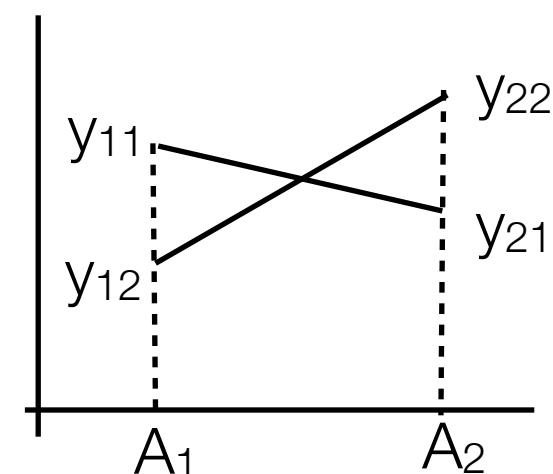
	B1	B2
A1	y ₁₁	y ₁₂
A2	y ₂₁	y ₂₂

Interakce mezi faktory = společné působení obou faktorů na velikost odezvy

Nastává, je-li rozdíl v odezvě mezi dvěma úrovněmi jednoho faktoru výrazně jiný při různých úrovních druhého faktoru, např. $y_{21} - y_{11}$ a $y_{22} - y_{12}$.



bez interakce



s interakcí

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

odezva

společná úroveň

vliv i-té úrovně
faktoru A,
 $i=1,2,\dots, k$

$$\sum_{i=1}^k \tau_i = 0$$

vliv j-té úrovně
faktoru B,
 $j=1,2,\dots, r$

$$\sum_{j=1}^r \beta_j = 0$$

vliv interakce
i-té a j-té
úrovně faktorů
A a B

náhodná
chyba při
i-té a j-té
úrovni
faktorů
A a B

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

Statistický model pro tři faktory A, B, C:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \epsilon_{ijk}$$

odezva

společná

vliv j-té úrovně faktoru B,
 $j=1,2,\dots,s$

vliv i-té úrovně faktoru A,
 $i=1,2,\dots,r$

vliv j-té úrovně faktoru C,
 $k=1,2,\dots,t$

vlivy smíšených interakcí i-té, j-té
a k-té úrovní faktorů A, B a C

náhodná chyba při i-té, j-té a k-té
úrovni faktorů A, B a C

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Matrice modelu = návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Matrice modelu = návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{B} = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-}$$

$$\widehat{AB} = \bar{y}_{AB+} - \bar{y}_{AB-}$$

$$\bar{y}_{AB-} = \frac{y_{21} + y_{12}}{2}$$

$$\bar{y}_{AB+} = \frac{y_{11} + y_{22}}{2}$$

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Matrice modelu = návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11, y12
2	+	-	-	y21, y22
3	-	+	-	y31, y32
4	+	+	+	y41, y42

	B1	B2
A1	y11, y12	y31, y32
A2	y21, y22	y41, y42

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12} + y_{31} + y_{32}}{4}$$

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22} + y_{41} + y_{42}}{4}$$

$$\hat{B} = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-}$$

$$\widehat{AB} = \bar{y}_{AB+} - \bar{y}_{AB-}$$

$$\bar{y}_{AB-} = \frac{y_{21} + y_{22} + y_{31} + y_{32}}{4}$$

$$\bar{y}_{AB+} = \frac{y_{11} + y_{12} + y_{41} + y_{42}}{4}$$

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Matrice modelu = návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Matrice modelu = návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Matrice modelu = ortogonální návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Matice modelu = ortogonální návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	0	0	0	1	1	1	0
a	1	0	0	0	0	1	1
b	0	1	0	0	1	0	1
c	0	0	1	1	0	0	1
ab	1	1	0	1	0	0	0
ac	1	0	1	0	1	0	0
bc	0	1	1	0	0	1	0
abc	1	1	1	1	1	1	1

$$a = a^1 b^0 c^0$$

$$ac = a^1 b^0 c^1$$

Vícefaktoriální návrhy experimentů

Matrice modelu = ortogonální návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
c	-	-	+	+	-	-	+
ab	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	-	+	-	+	-	-
bc	-	+	+	-	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+

Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^2 \times 2 = 8$

Experiment: 2² (2 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 42% a 48%

Faktor B: teplota 175°C a 195°C

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

	A	B	y
1	+	-	9.3
2	-	+	5.5
3	-	+	6.5
4	-	-	9.0
5	+	+	1.3
6	-	-	9.0
7	+	+	1.8
8	+	-	8.0

Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3

$$\hat{A} = \frac{9.3 + 8 + 1.8 + 1.3}{4} - \frac{9 + 9 + 5.5 + 6.5}{4} = \frac{-9.6}{4} = -2.4$$

$$\hat{A} = \frac{-9 - 9 + 9.3 + 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.4$$

$$\hat{B} = \frac{-9 - 9 - 9.3 - 8 + 5.5 + 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -5.05$$

$$\widehat{AB} = \frac{+9 + 9 - 9.3 - 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.05$$

Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3
-2.4	-5.05	-2.05		

$$\hat{A} = \frac{-9 - 9 + 9.3 + 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.4$$

$$\hat{B} = \frac{-9 - 9 - 9.3 - 8 + 5.5 + 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -5.05$$

$$\widehat{AB} = \frac{+9 + 9 - 9.3 - 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.05$$

Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y	\bar{y}	s
-	-	+	9.0	9.0	9.0	0
+	-	-	9.3	8.0	8.65	0,845
-	+	-	5.5	6.5	6.0	0,5
+	+	+	1.8	1.3	1.55	0,125
-2.4	-5.05	-2.05				0,3675

$$\alpha = 0,05, N = 2, r = 2 \Rightarrow \nu = 4, t_{0,975}(4) = 2,77, \Rightarrow X = 1.19$$

2-výběrový t-test (r=počet replikací, N=počet faktorů):

$$t = \frac{\hat{X}}{\sqrt{\frac{2s^2}{r2^{N-2}}}}$$

$$\hat{X} \approx t_{1-\alpha/2}(\nu) \sqrt{\frac{2s^2}{r2^{N-2}}}, \quad \nu = (r - 1)2^N$$

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

	A	B	C	y
1	+	+	+	
2	+	+	+	
3	+	+	-	
4	+	-	-	
5	-	+	+	
6	+	-	+	
7	+	+	-	
8	-	+	-	
9	-	+	+	
10	-	-	-	
11	+	-	-	
12	-	-	-	
13	-	-	+	
14	-	+	-	
15	+	-	+	
16	-	-	+	

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	\bar{y}	s
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

$$\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow \hat{A} \sim N(0, s_e^2)$$

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	\bar{y}	s
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\hat{A} \sim N(0, s_e^2) \quad s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n} \quad s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k}$$

n = celkový počet měření, k = počet kombinací úrovní faktorů

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	\bar{y}	s
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\hat{A} \sim N(0, s_e^2)$$

$$s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k}$$

$$\hat{\mu} = \bar{y} = 67.3125$$

$$s_e^2 = \frac{47.4375}{4} = 11.859375$$

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	\bar{y}	s
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Který z efektů je statisticky významný?

Test významnosti efektů:

a) t-testem

b) graficky

c) pomocí ANOVA

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	\bar{y}	s
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

t-test: $t_A = \frac{\hat{A}}{s_e} \quad |t_A| \geq t_{1-\alpha/2}(\nu) , \quad \nu = (r - 1)2^N$
 $|\hat{A}| \geq X = s_e t_{1-\alpha/2}(\nu)$

$\alpha = 0,05, \quad N = 3, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 8, \quad t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

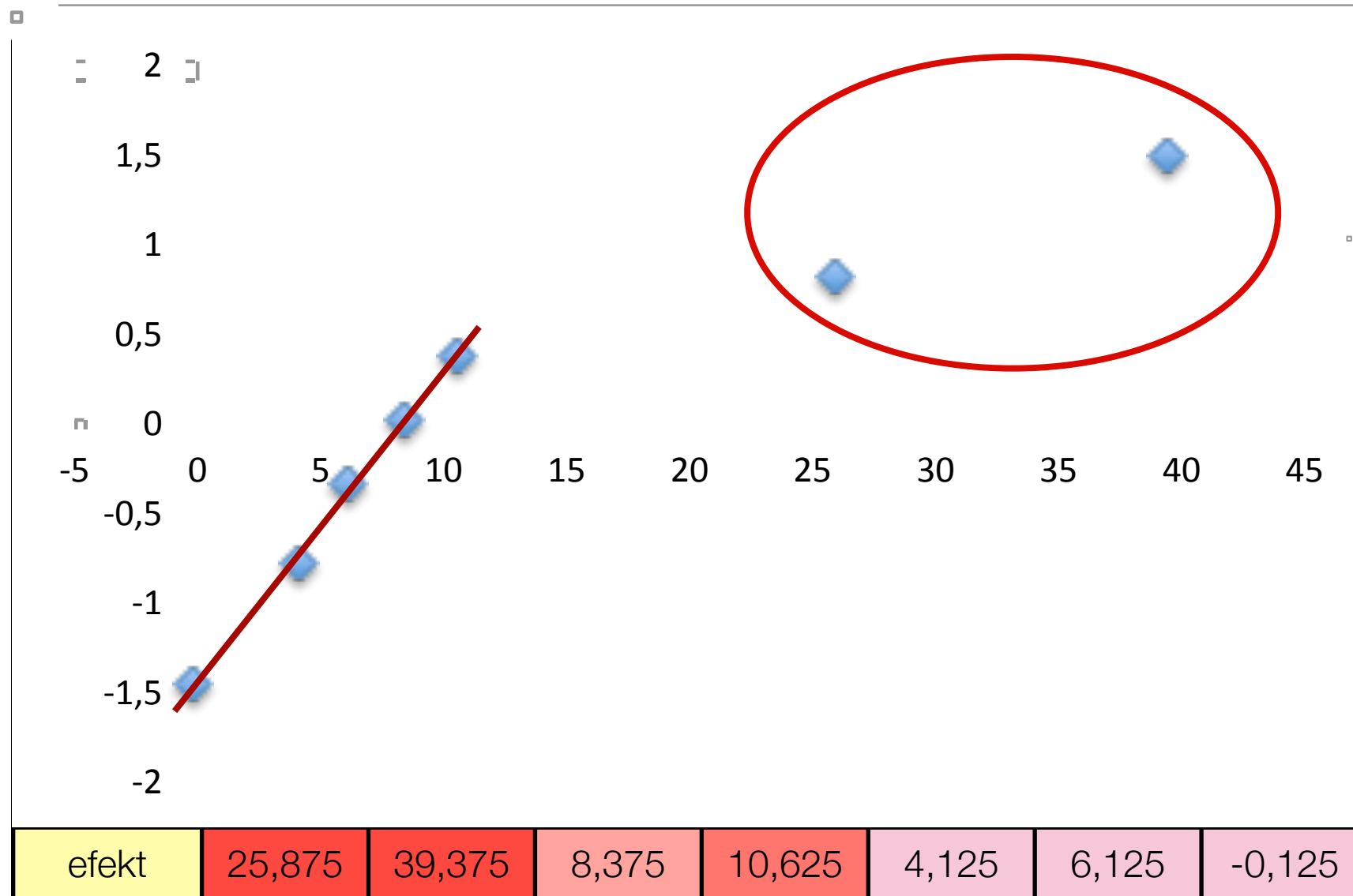
	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	\bar{y}	s
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\alpha = 0,05, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$$

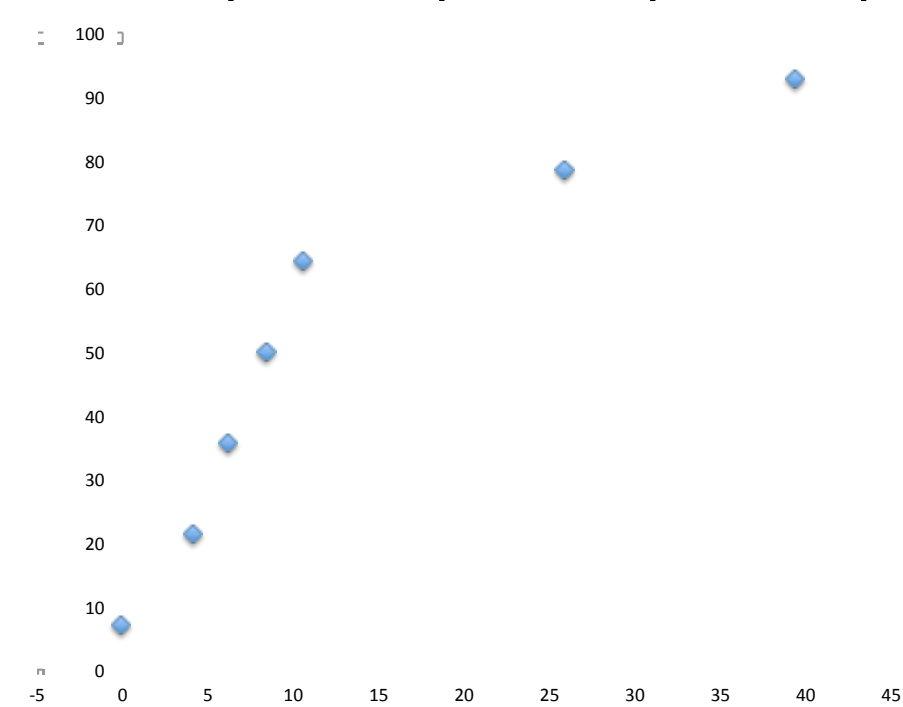
$$\alpha = 0,01, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,995}(8) = 3,355, \Rightarrow X = 11.555$$

$$\alpha = 0,001, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,9995}(8) = 5,041, \Rightarrow X = 17.367$$

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku



y	y	\bar{y}	s
37	45	41	32
48	56	52	32



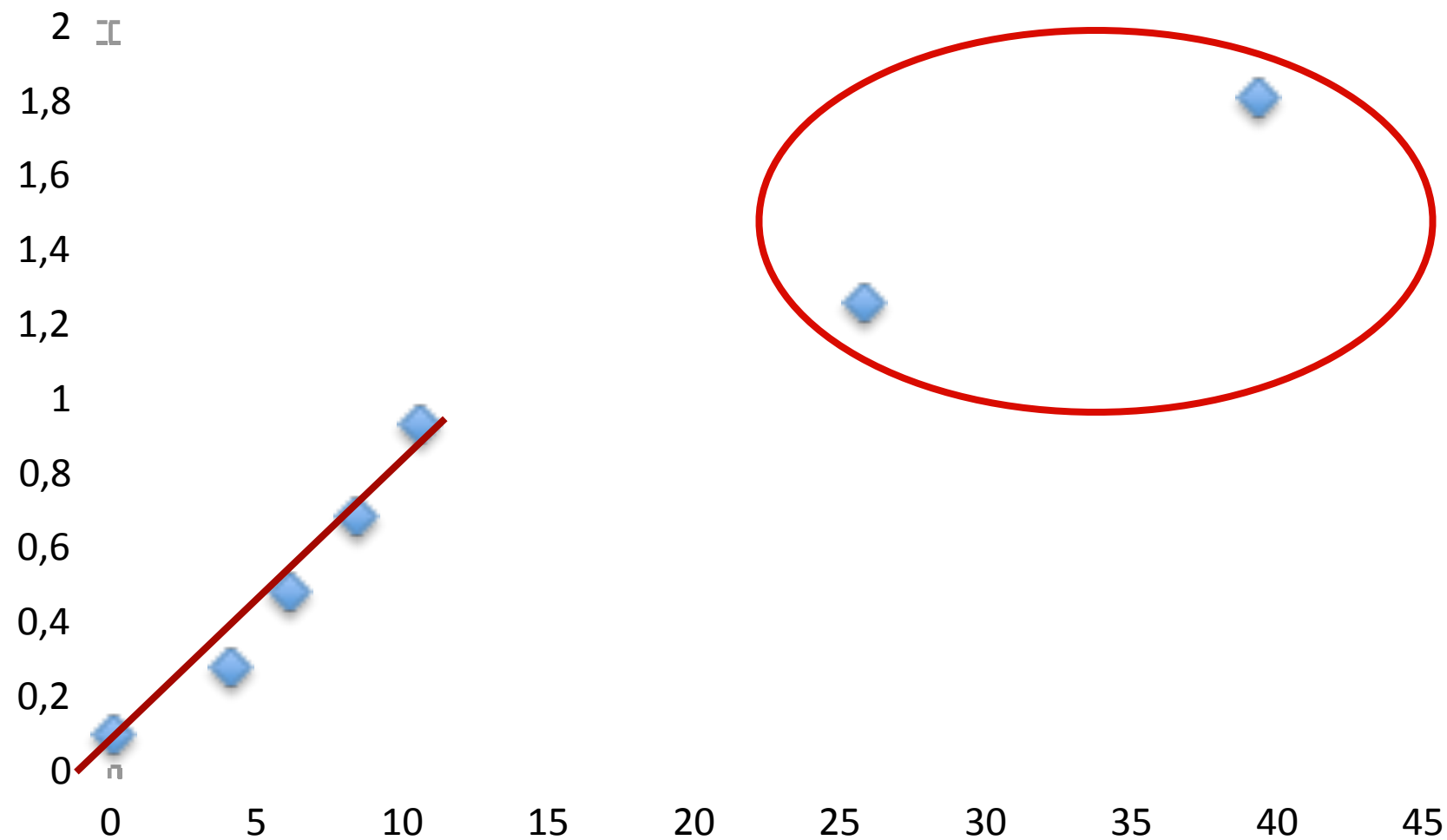
$$P_i = \frac{100(i - 0.5)}{k}$$

(Normální) Pravděpodobnostní graf:

Osa x: hodnoty efektů

Osa y: $u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{k} \right), \quad i = 1, 2, \dots, k$

Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku



y	y	\bar{y}	s
37	45	41	32
48	56	52	32
59	68	63.5	40.5
43	35	39	32
102	90	96	72
63	54	58.5	40.5
71	77	74	18
122	107	114.5	112.5
průměr rozptylů:			47.4375

efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125
-------	--------	--------	-------	--------	-------	-------	--------

(Polo-normální) Pravděpodobnostní graf:

Osa x: absolutní hodnoty efektů

Osa y:
$$v_i = \Phi^{-1} \left(0.5 + 0.5 \frac{i - 0.5}{k} \right), \quad i = 1, 2, \dots, k$$

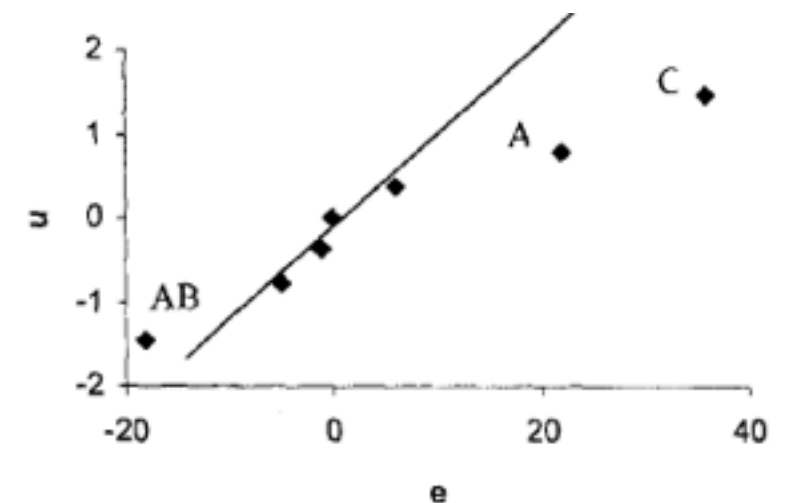
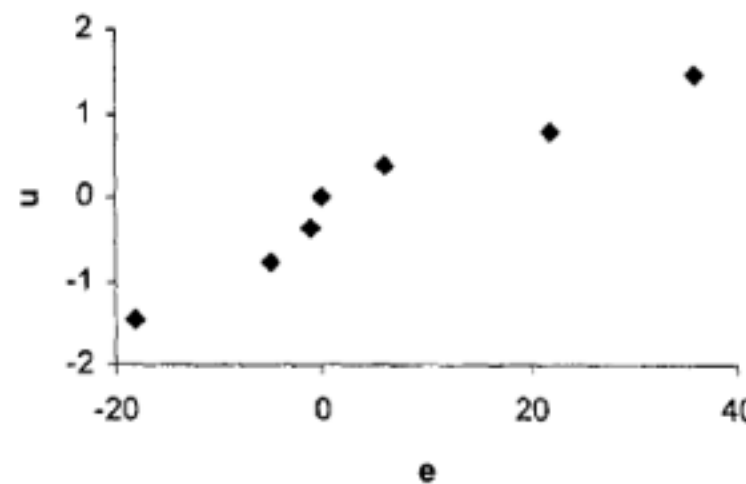
Vícefaktoriální návrhy experimentů

Významnost efektů

pravděpodobnostní normální papír: Hodnoty efektů zakreslíme do normálního pravděpodobnostního papíru:

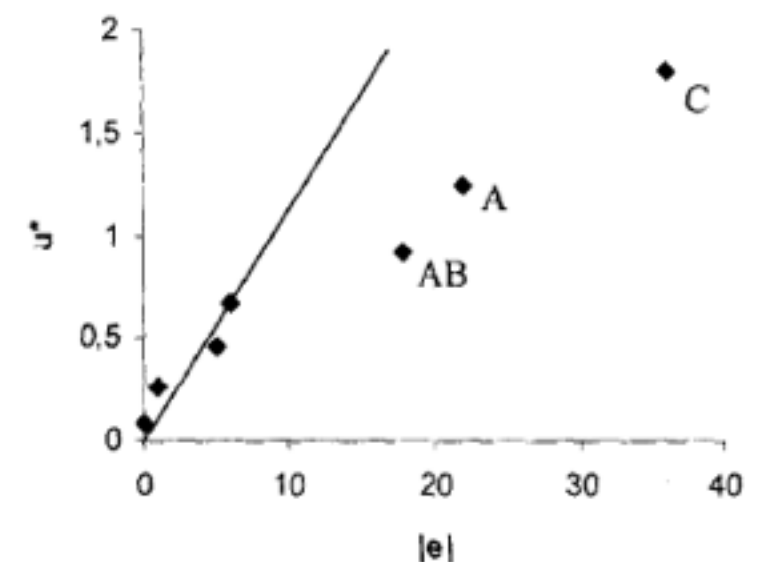
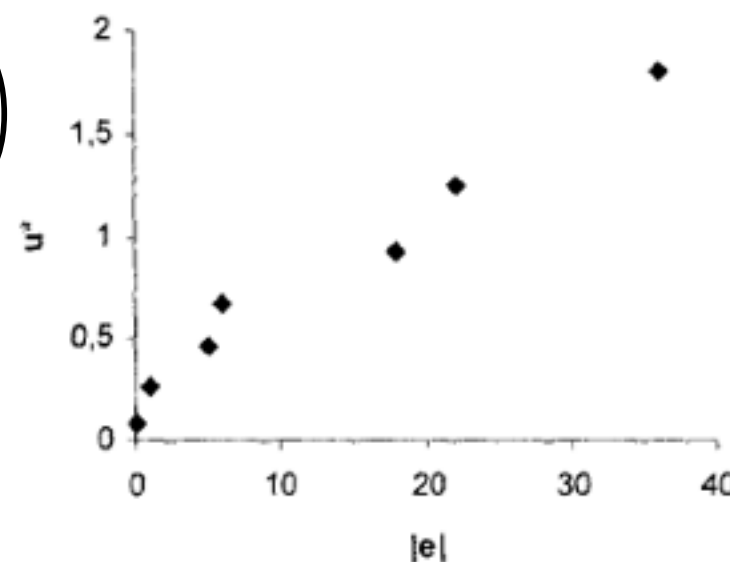
$$u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$

Významné jsou ty, které neleží na přímce (A, C)



polonormální pravděpodobnostní papír: Do normálního pravděpodobnostního papíru zakreslíme absolutní hodnoty efektů:

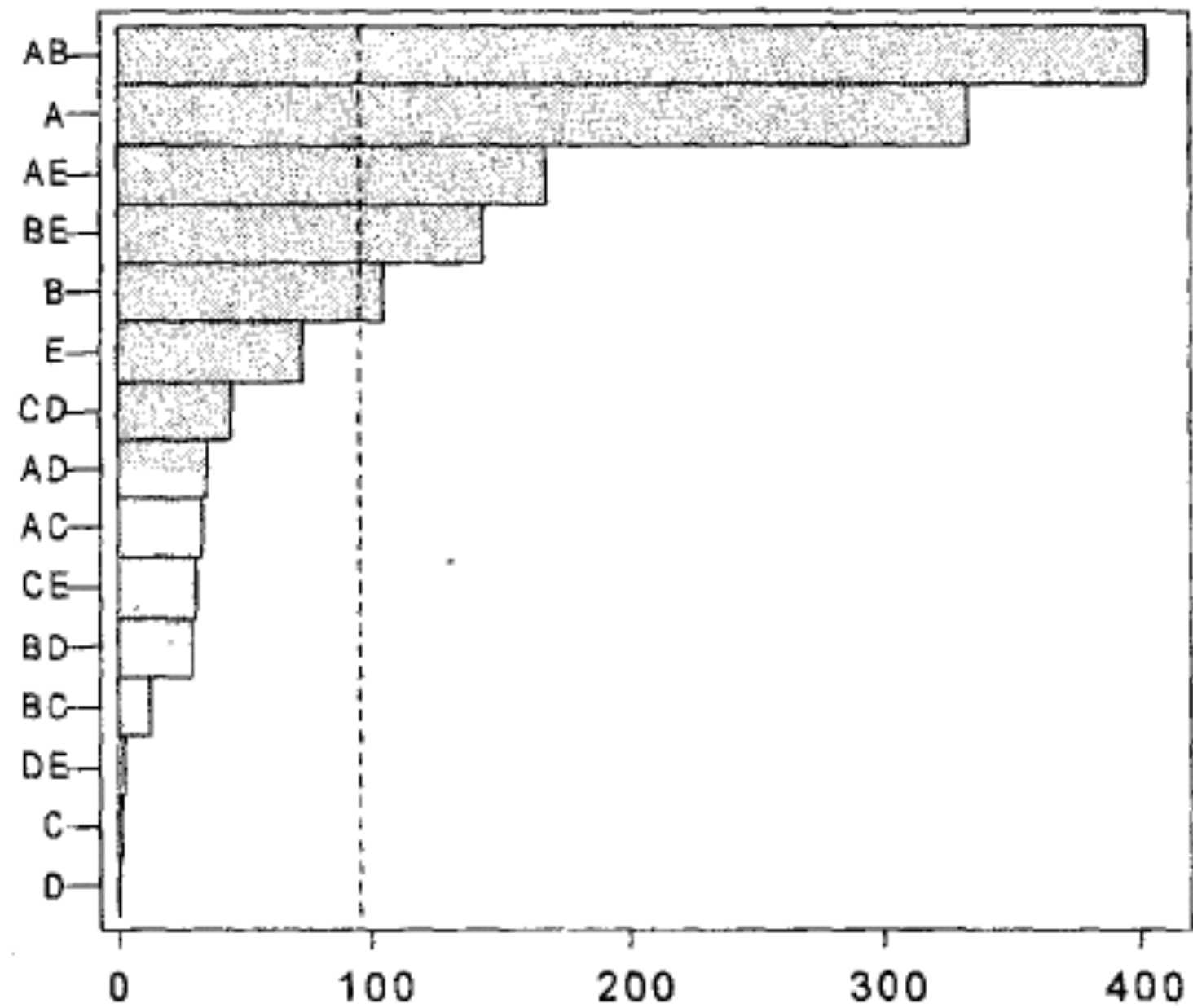
$$u_i^* = \Phi^{-1} \left(0.5 + 0.5 \frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$



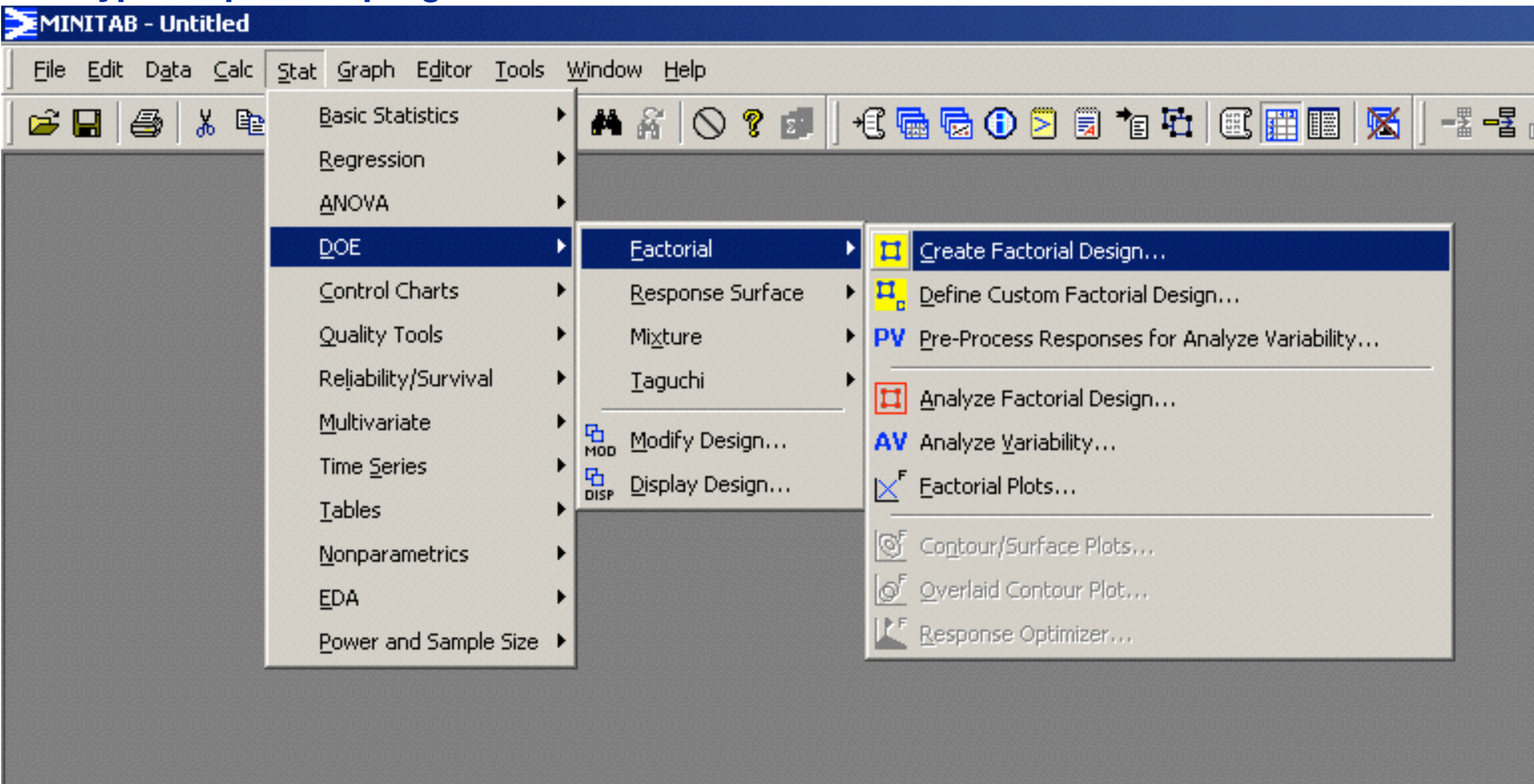
Vícefaktoriální návrhy experimentů

Významnost efektů

Paretův diagram:



Výpočet pomocí programu MINITAB



Výpočet pomocí programu MINITAB

Create Factorial Design

Type of Design

- 2-level factorial (default generators) (2 to 15 factors)
- 2-level factorial (specify generators) (2 to 15 factors)
- Plackett-Burman design (2 to 47 factors)
- General full factorial design (2 to 15 factors)

Number of factors: 3

Display Available Designs...
Designs... Factors...
Options... Results...
Help OK

Create Factorial Design - Designs

Designs	Runs	Resolution	2 ^{**(k-p)}
1/2 fraction	4	III	2 ^{**(3-1)}
Full factorial	8	Full	2 ^{**3}

Number of center points per block: 0

Number of replicates for corner points: 2

Number of blocks: 1

Help OK Cancel

Výpočet pomocí programu MINITAB

Session

Factorial Fit: C8 versus A; B; C

Estimated Effects and Coefficients for C8 (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		67,3125	1,722	39,09	0,000
A	25,8750	12,9375	1,722	7,51	0,000
B	39,3750	19,6875	1,722	11,43	0,000
C	8,3750	4,1875	1,722	2,43	0,041
A*B	10,6250	5,3125	1,722	3,09	0,015
A*C	4,1250	2,0625	1,722	1,20	0,265
B*C	6,1250	3,0625	1,722	1,78	0,113
A*B*C	-0,1250	-0,0625	1,722	-0,04	0,972

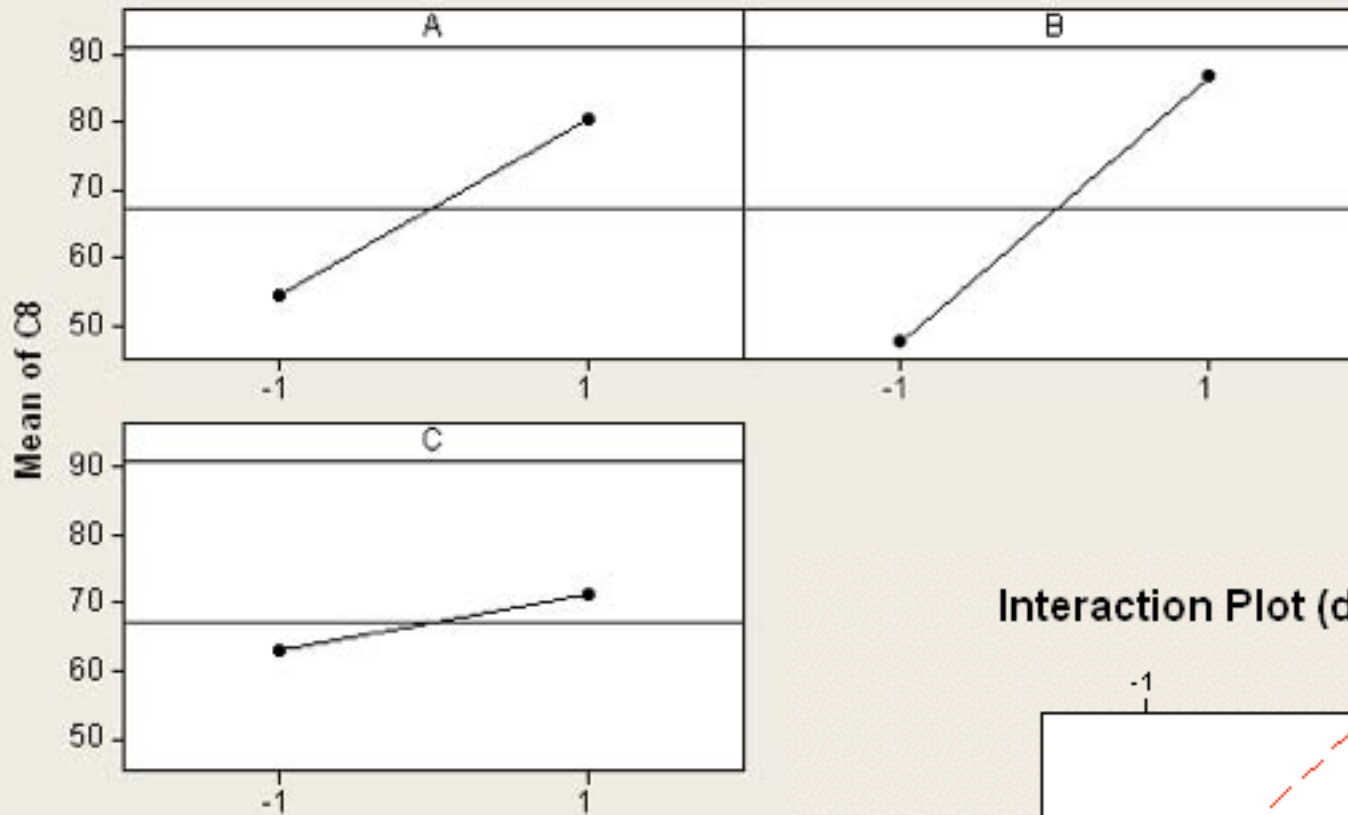
S = 6,88749 R-Sq = 96,28% R-Sq(adj) = 93,03%

Analysis of Variance for C8 (coded units)

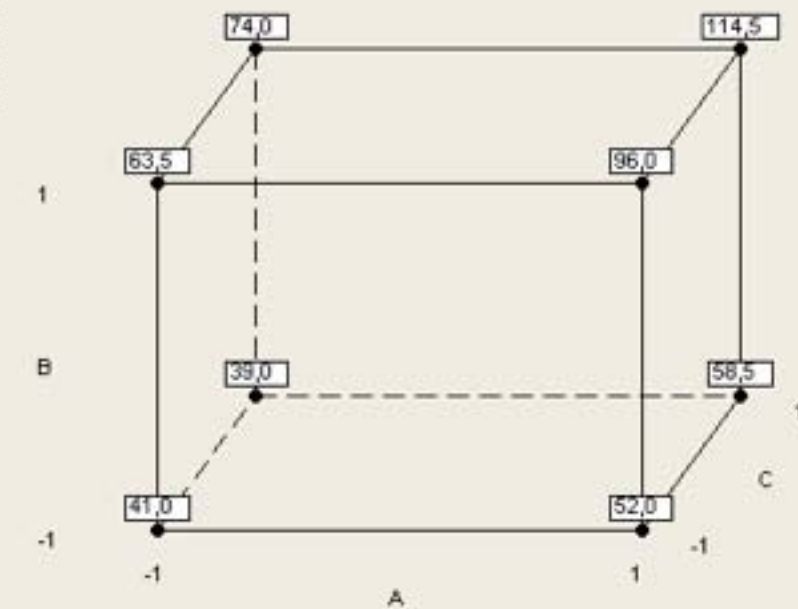
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	3	9160,2	9160,19	3053,40	64,37	0,000
2-Way Interactions	3	669,7	669,69	223,23	4,71	0,035
3-Way Interactions	1	0,1	0,06	0,06	0,00	0,972
Residual Error	8	379,5	379,50	47,44		
Pure Error	8	379,5	379,50	47,44		
Total	15	10209,4				

Výpočet pomocí programu MINITAB

Main Effects Plot (data means) for C8



Cube Plot (data means) for C8



Interaction Plot (data means) for C8

