

Pravděpodobnost a matematická statistika

Doc. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.

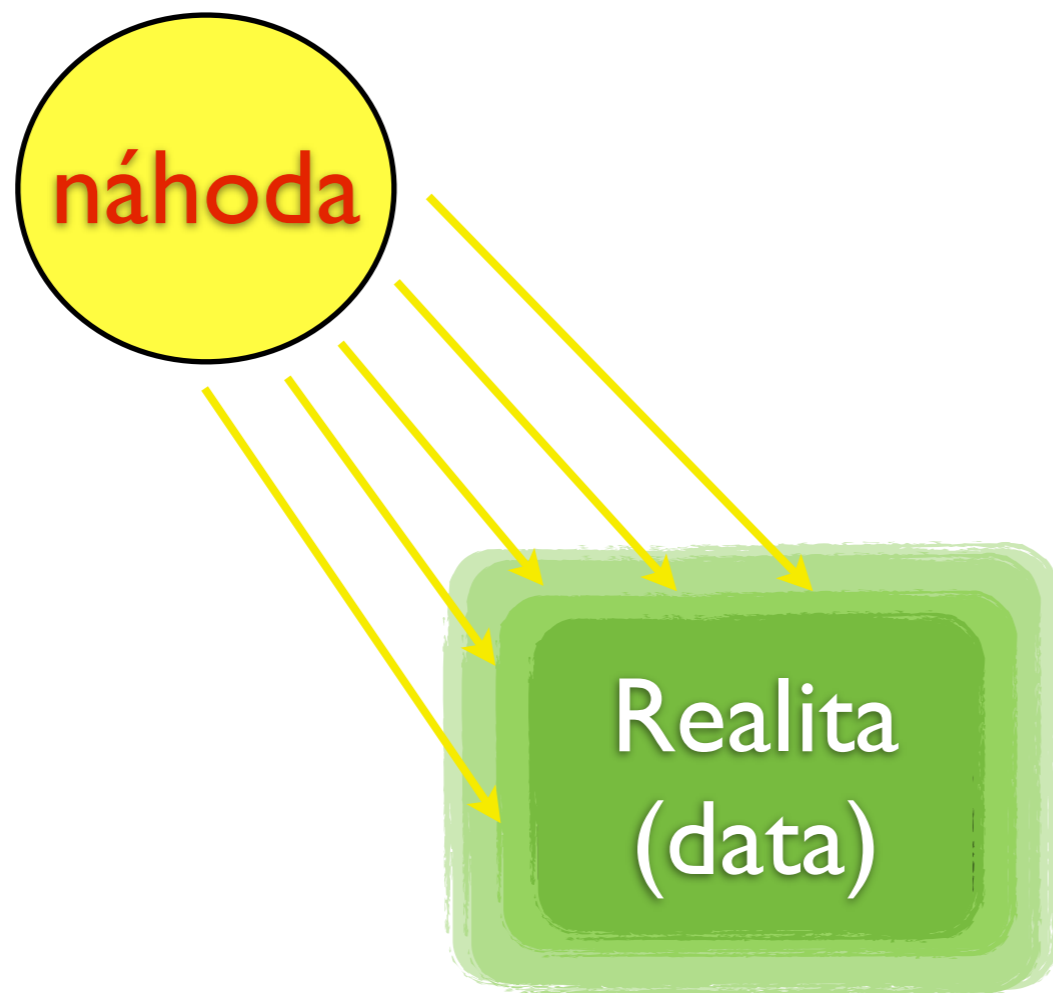
dohnal@nipax.cz

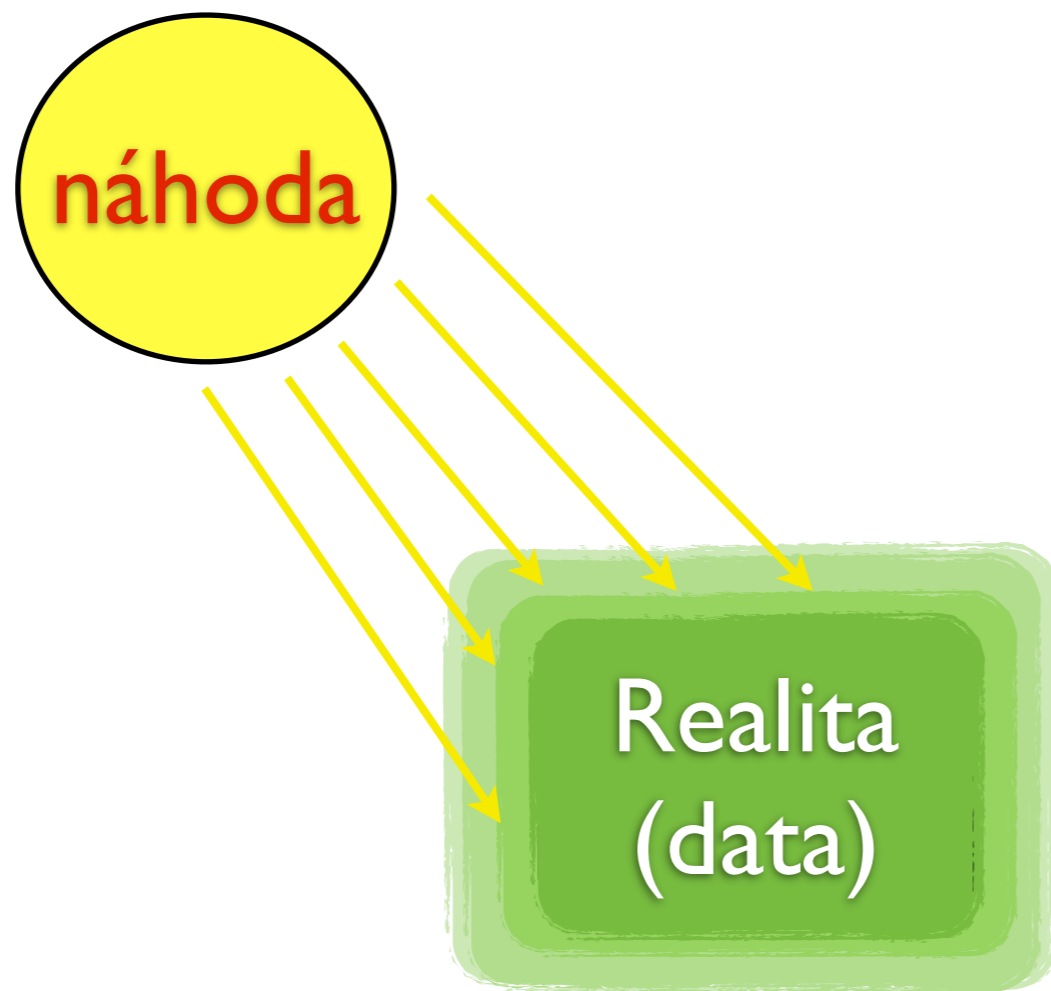


Pravděpodobnost a matematická statistika 2010

1. týden (20.09.-24.09.) Data, typy dat, variabilita, frekvenční analýza (histogramy, četnosti absolutní, relativní, prosté, kumulativní), základní statistické charakteristiky (průměr, výběr. rozptyl, minimum, maximum, medián, kvartily, boxplot), sešikmenná rozdělení (vzájemná poloha mediánu a střední hodnoty), chvosty, kvantily
2. týden (27.09.-01.10.) Princip statistické indukce, výběr, vlastnosti výběru, experiment. Náhodná veličina, rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem. Pravděpodobnost, pravidla pro počítání s pravděpodobnostmi, podmíněná pravděpodobnost, závislost náhodných veličin. Využití závislosti při stanovení pravděpodobnosti - věta o úplné pravděpodobnosti a Bayesova věta
3. týden (04.10.-08.10.) Pravděpodobnost, náhodná veličina, rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem. Pravidla pro počítání s pravděpodobnostmi, podmíněná pravděpodobnost, závislost náhodných veličin. Využití závislosti při stanovení pravděpodobnosti - věta o úplné pravděpodobnosti a Bayesova věta
4. týden (11.10.-15.10.) Rozdělení chyb měření - normální rozdělení a počítání s ním. Odhady parametrů normálního rozdělení. Intervaly spolehlivosti pro normální data. Jednovýběrové testy o střední hodnotě
5. týden (18.10.-24.10.) Výběrový poměr jako odhad pravděpodobnosti sledovaného jevu. Alternativní rozdělení, binomické rozdělení. Intervalový odhad výběrového poměru. Výběry s vracením a bez vracení (binomické a hypergeometrické rozdělení)
6. týden (25.10.-29.10.) odpadá
7. týden (01.11.-05.11.) Poruchy v čase (Poissonův proces). Poissonovo rozdělení, exponenciální rozdělení, jeho výhody a nevýhody, modelování doby do poruchy pomocí Weibullova rozdělení, lognormálního rozdělení, případně useknuté normální rozdělení.
8. týden (08.11.-12.11.) Testy dobré shody, Q-Q graf (pouze vysvětlení), testy normality. Některé neparametrické testy
9. týden (15.11.-19.11.) Dvě náhodné veličiny - srovnání dvou výběrů (dvouvýběrové testy)
10. týden (22.11.-26.11.) Dvě náhodné veličiny. Dvourozměrné četnosti jako odhad dvourozměrného rozdělení, frekvenční tabulka. Marginální rozdělení (vše pouze diskrétně s tabulkou)
11. týden (29.11.-03.12.) Závislost náhodných veličin, míry závislosti (kovariance, korelace), test významnosti korelačního koeficientu
12. týden (06.12.-10.12.) Regrese, lineární regresní model (přímková, kvadratická, polynomická regrese), analýza reziduí, pásy spolehlivosti
13. týden (13.12.-17.12.) Více výběrů, jednoduché třídění, ANOVA.
14. týden (20.12.-22.12.) Rezerva, opakování, testy normality (náhrada za 28.10.)

Realita
(data)





Výběr,
pozorování,
měření



| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |

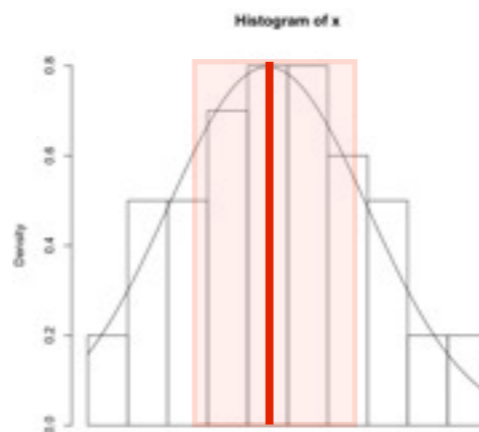
náhoda

Realita
(data)

Výběr,
pozorování,
měření



| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |



Analýza dat

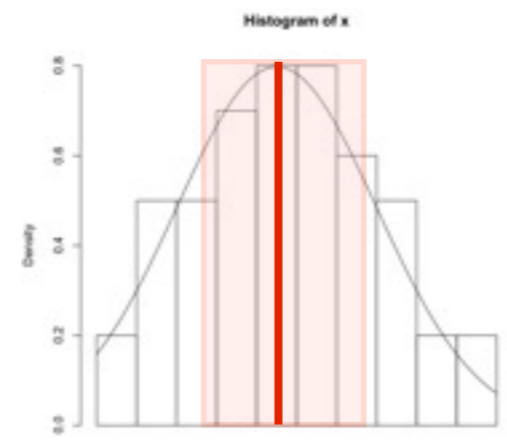
náhoda

Realita
(data)

Výběr,
pozorování,
měření

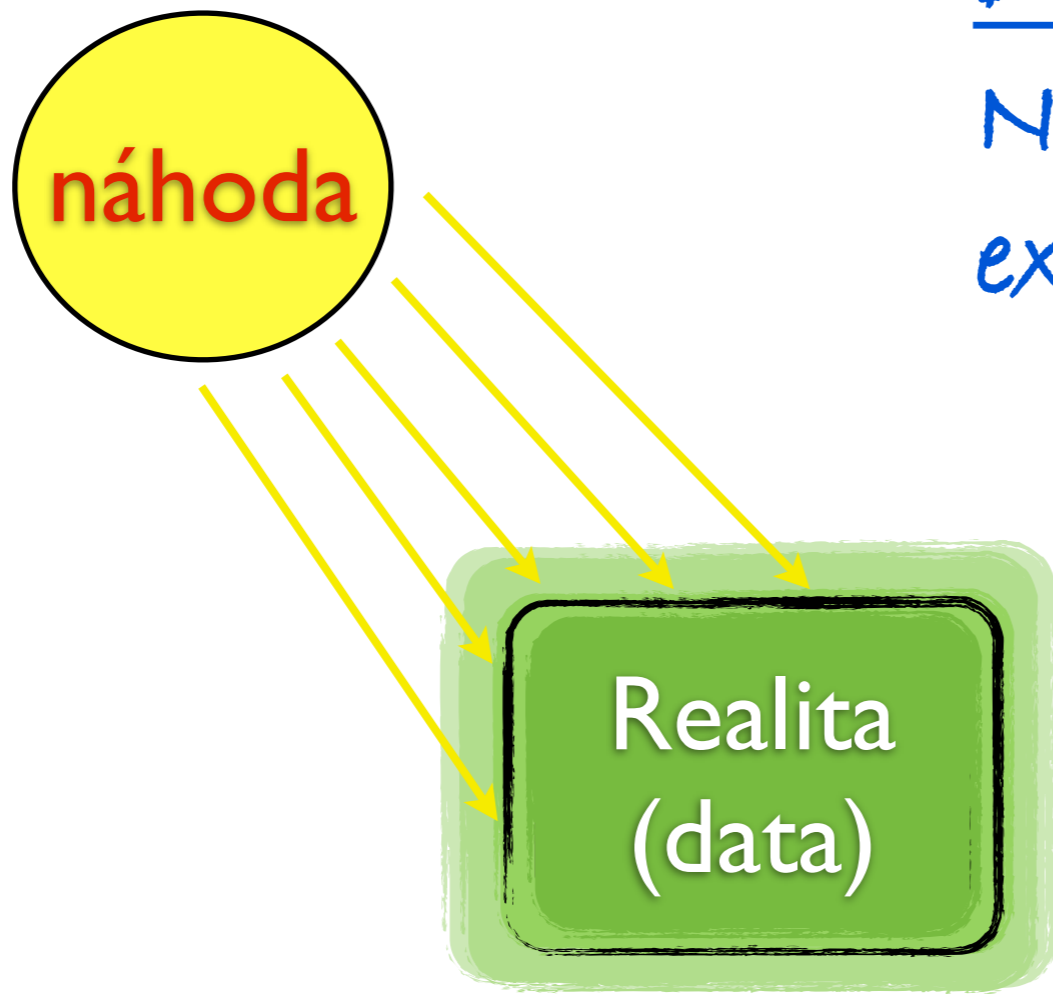


Statistická
inference



Analýza dat

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |



Důležité:

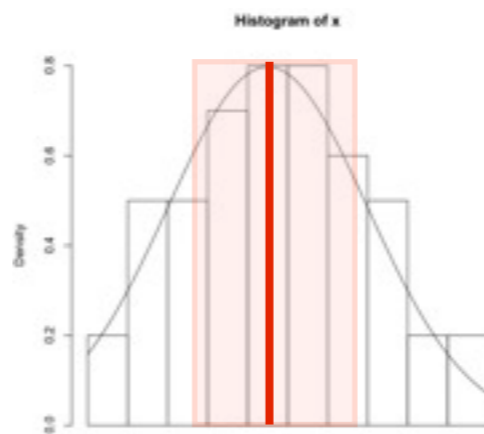
Naplánování

experimentu !!! Výběr,
pozorování,
měření

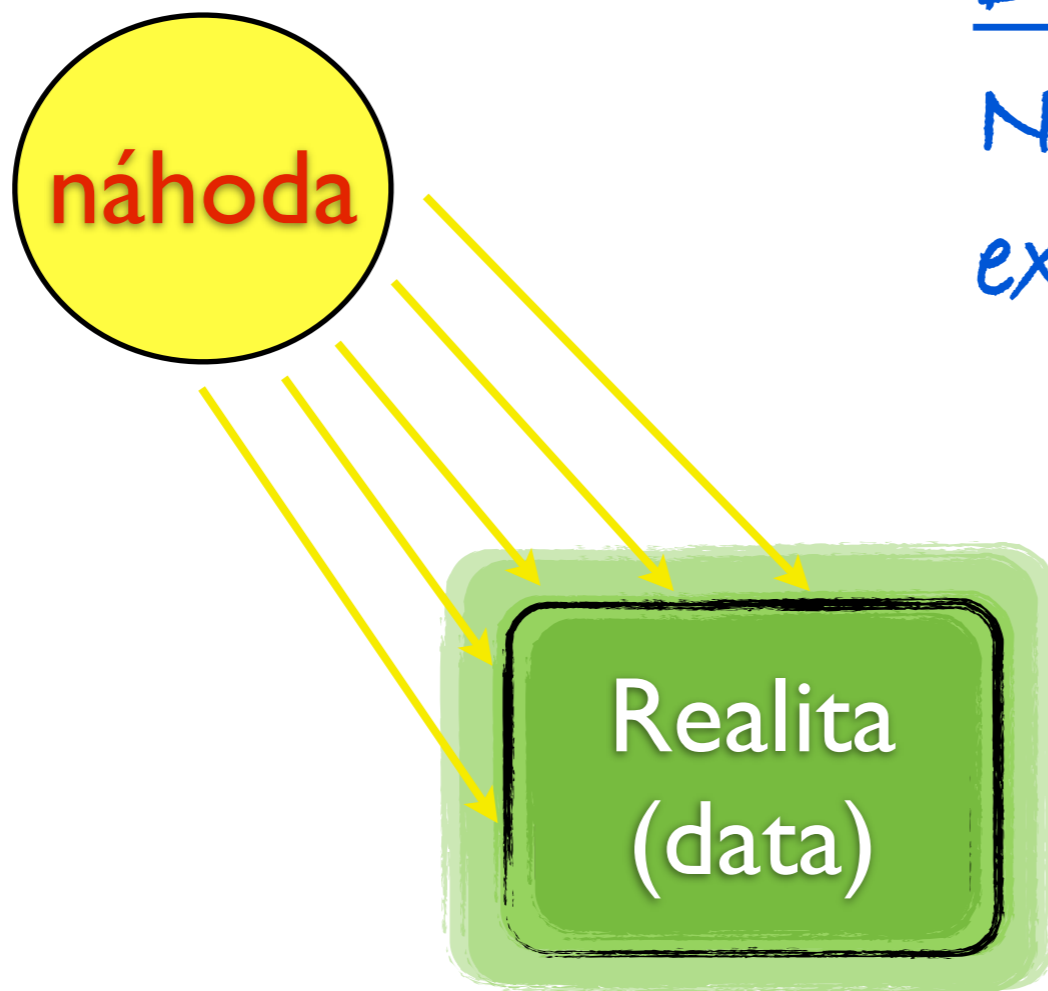


| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |

Statistická
inference



Analýza dat



Důležité:

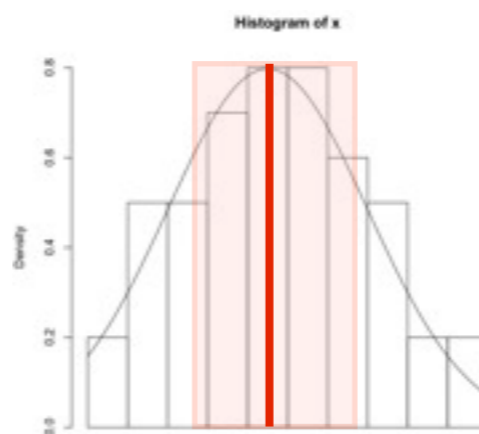
Naplánování

experimentu !!! Výběr,
pozorování,
měření



| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |

Statistická
inference



Analýza dat

Nutná znalost matematické statistiky

náhoda

Realita
(data)

Důležité:

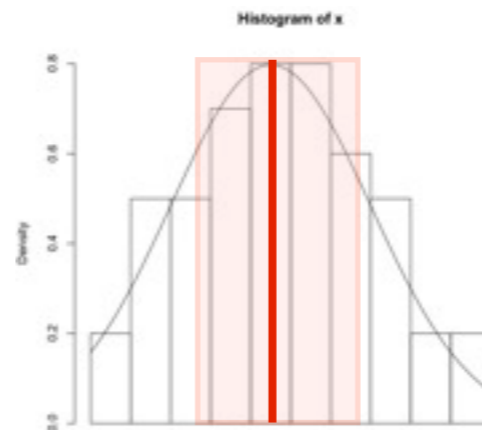
Naplánování

experimentu !!! Výběr,
pozorování,
měření



využití
princípu
statistické
indukce

Statistická
inference



| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |

Analýza dat

Nutná znalost matematické statistiky

náhoda

Realita
(data)

Důležité:

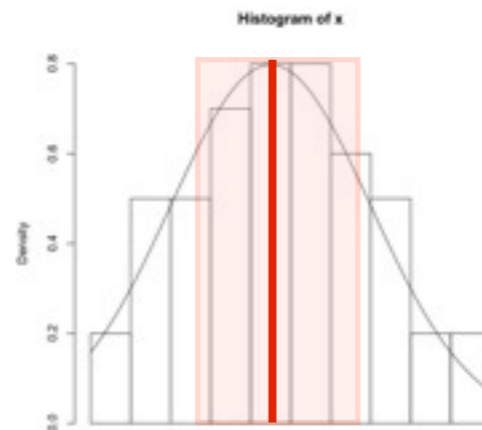
Naplánování

experimentu !!! Výběr,
pozorování,
měření



využití
princípu
statistické
indukce

Statistická
inference



| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |
| 24.52586 | 24.17119 | 24.54486 | 24.44240 | 23.93455 |
| 24.20389 | 24.19974 | 24.34851 | 23.94024 | 24.21022 |
| 24.87474 | 25.06155 | 25.48924 | 25.32572 | 23.71721 |
| 24.61622 | 25.06676 | 24.90055 | 24.36213 | 24.98580 |
| 24.80591 | 24.20853 | 24.72623 | 24.64437 | 24.70405 |
| 23.97645 | 25.29837 | 24.46910 | 24.99453 | 25.42994 |
| 24.66147 | 24.75773 | 25.03970 | 24.44901 | 25.13285 |
| 24.40205 | 24.78721 | 23.83656 | 24.17186 | 23.65390 |
| 24.48244 | 24.68550 | 24.22988 | 23.83956 | 24.09777 |
| 24.52098 | 24.89240 | 24.25332 | 24.14259 | 25.12906 |

Analýza dat

Nutná znalost matematické statistiky

Realita
(data)

2. Principy statistické indukce

Realita
(data)

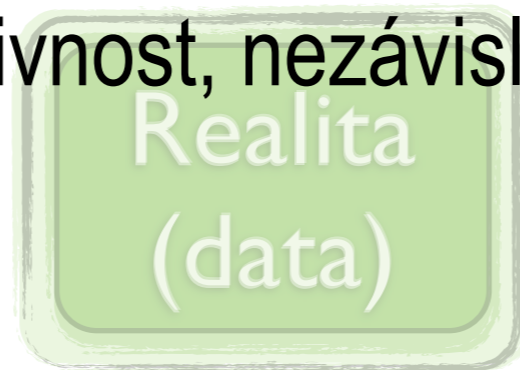
2. Principy statistické indukce

- Základní soubor, náhodná povaha sledovaného znaku



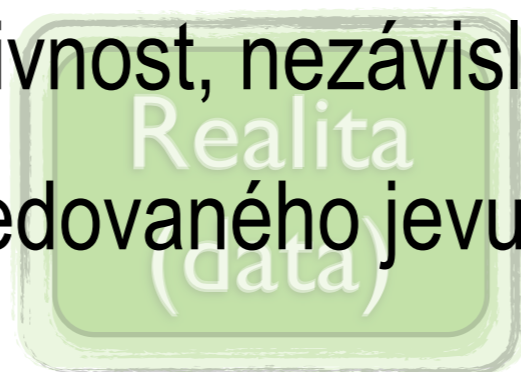
2. Principy statistické indukce

- Základní soubor, náhodná povaha sledovaného znaku
- Výběr, reprezentativnost, nezávislost



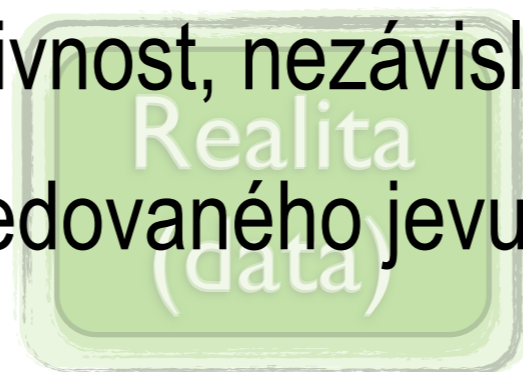
2. Principy statistické indukce

- Základní soubor, náhodná povaha sledovaného znaku
- Výběr, reprezentativnost, nezávislost
- Opakovatelnost sledovaného jevu za přibližně stejných podmínkách



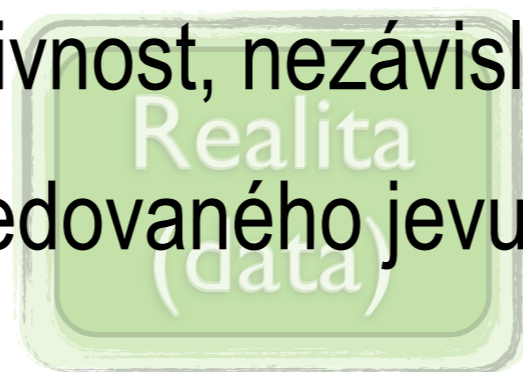
2. Principy statistické indukce

- Základní soubor, náhodná povaha sledovaného znaku
- Výběr, reprezentativnost, nezávislost
- Opakovatelnost sledovaného jevu za přibližně stejných podmíněk
- Náhodný experiment, plán experimentu



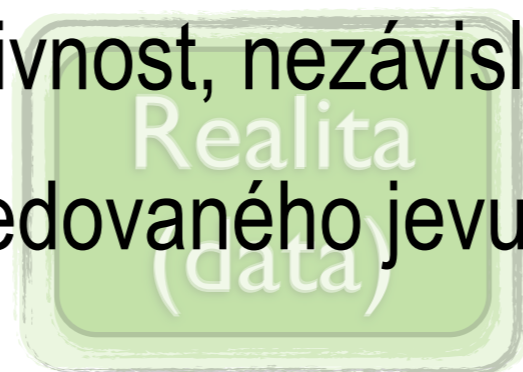
2. Principy statistické indukce

- Základní soubor, náhodná povaha sledovaného znaku
- Výběr, reprezentativnost, nezávislost
- Opakovatelnost sledovaného jevu za přibližně stejných podmínkách
- Náhodný experiment, plán experimentu
- Měřitelnost sledovaného znaku



2. Principy statistické indukce

- Základní soubor, náhodná povaha sledovaného znaku
- Výběr, reprezentativnost, nezávislost
- Opakovatelnost sledovaného jevu za přibližně stejných podmínek
- Náhodný experiment, plán experimentu
- Měřitelnost sledovaného znaku
- Odhady parametrů, odhady rozdělení



2. Principy statistické indukce

Za splnění základních podmínek:

- sledovaný znak má statistickou povahu (náhodnost, opakovatelnost)
- výběr ze základního souboru je reprezentativním výběrem vzhledem k celému základnímu souboru

můžeme výsledky, získané na základě nezávislých pozorování sledovaného znaku na výběru ze základního souboru, zobecnit na celý základní soubor.

POZOR!!! Důležitá je ta reprezentativnost, což souvisí s tím, že indukované závěry platí pouze za přibližně stejných podmínek.

2. Principy statistické indukce

Příklad 1: Hmotnost obsahu balíčků kávy

Provedli jsme 50 měření hmotnosti obsahu balíčků, vybraných nezávisle na sobě, vždy po 10 min. provozu balicího automatu. Z měření odhadneme střední hodnotu a interval, v němž by se mělo pohybovat cca 95% hmotností všech vyrobených balíčků.

Příklad 2: Průjezd vozidel mýtnou branou

Provedeme 50 měření časů mezi po sobě jedoucími vozidly. Výsledku, které získáme, zobecníme na provoz všech vozidel v daném místě, v daném čase, případně zobecníme na delší časový interval, ve kterém je “podobný” provoz.

Příklad 3: Počty vadných výrobků v baleních

Zkontrolovali jsme 50 náhodně vybraných balení a každé z nich jsme zkontrolovali. Podle poměru počtu vadných a počtu zkontrolovaných jsme odhadli % vadných výrobků v celé produkci.

3. Pravděpodobnost

- Náhoda a pravděpodobnost,

3. Pravděpodobnost

- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina

3. Pravděpodobnost

- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina
- rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem

3. Pravděpodobnost

- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina
- rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem
- pravidla pro počítání s pravděpodobností

3. Pravděpodobnost

- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina
- rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem
- pravidla pro počítání s pravděpodobností
- podmíněná pravděpodobnost

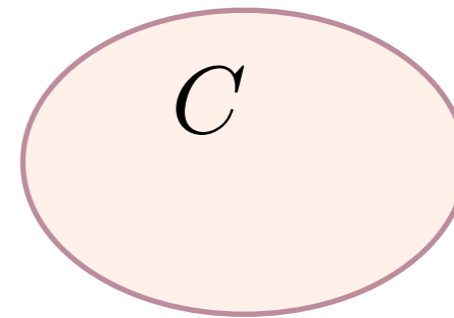
3. Pravděpodobnost

- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina
- rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem
- pravidla pro počítání s pravděpodobností
- podmíněná pravděpodobnost
- závislost náhodných veličin

3. Pravděpodobnost

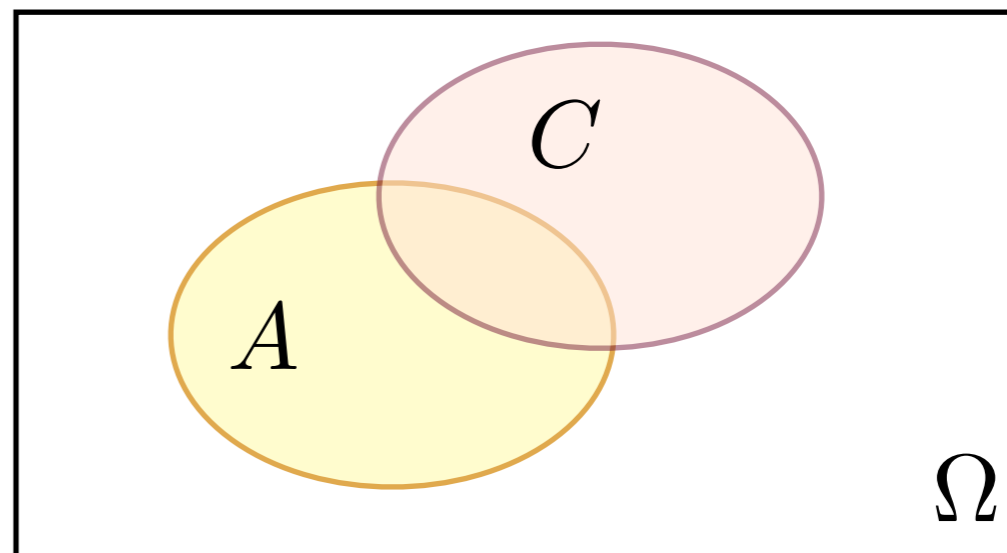
- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina
- rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem
- pravidla pro počítání s pravděpodobností
- podmíněná pravděpodobnost
- závislost náhodných veličin
- využití závislosti při stanovení pravděpodobnosti - věta o úplné pravděpodobnosti a Bayesova věta

3. Pravděpodobnost



3. Pravděpodobnost

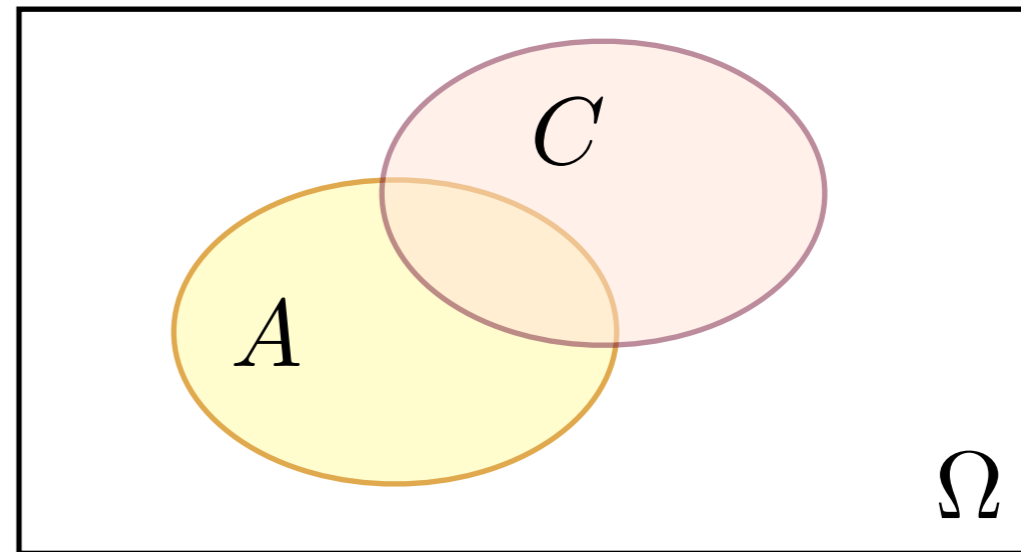
$$1) P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$



3. Pravděpodobnost

$$1) P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

$$2) P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$$

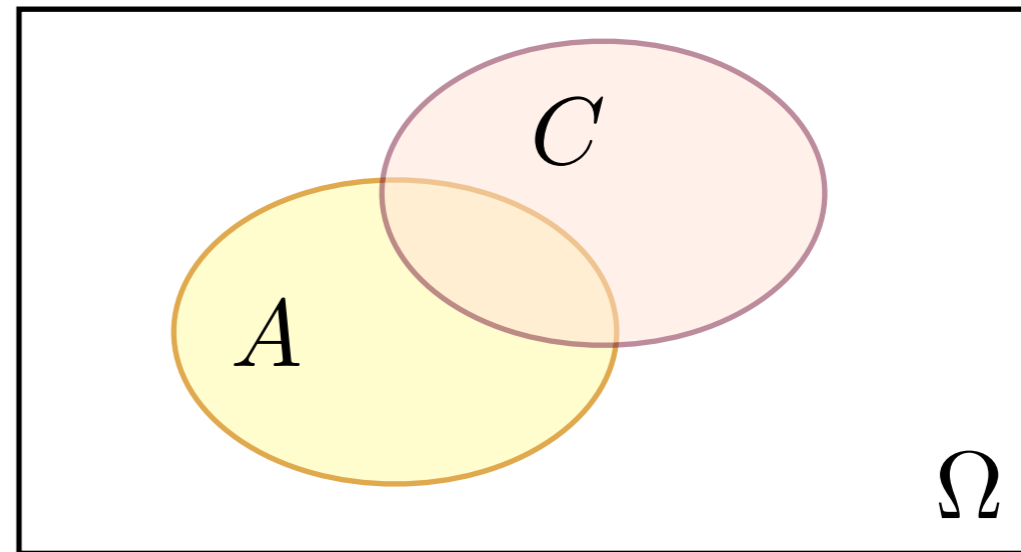


3. Pravděpodobnost

$$1) P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

$$2) P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$3) P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$$

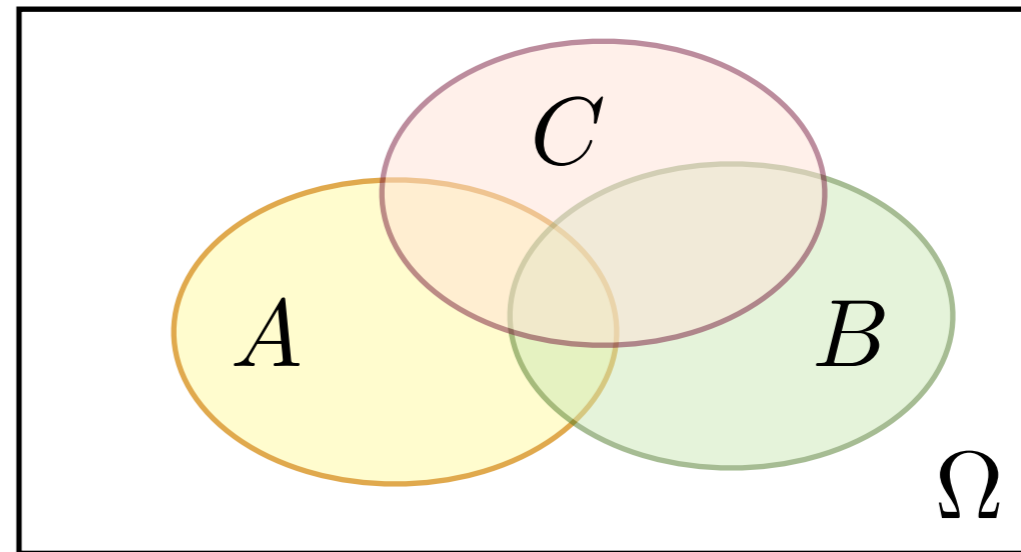


3. Pravděpodobnost

$$1) P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

$$2) P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$$

$$3) P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$$



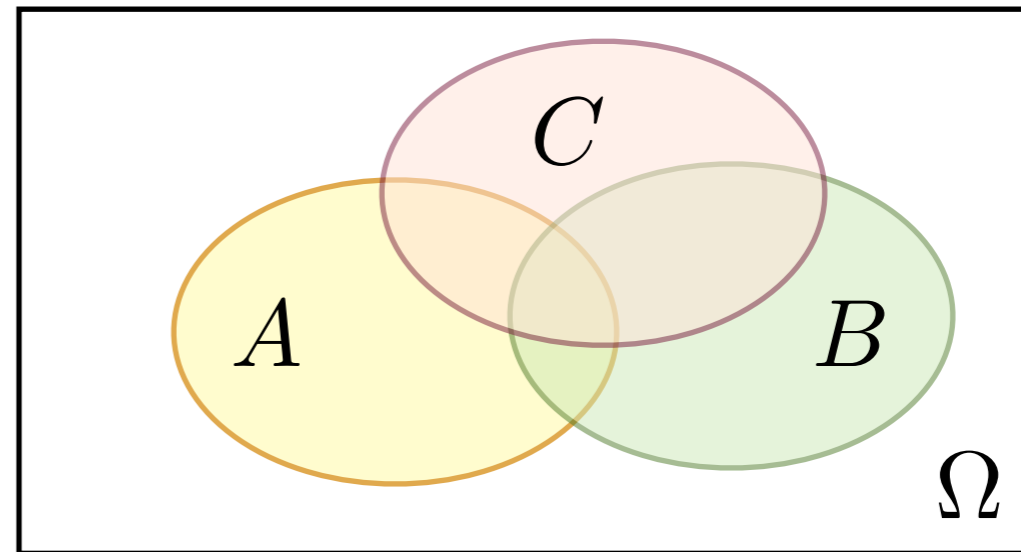
3. Pravděpodobnost

1) $P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

2) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

3) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



3. Pravděpodobnost

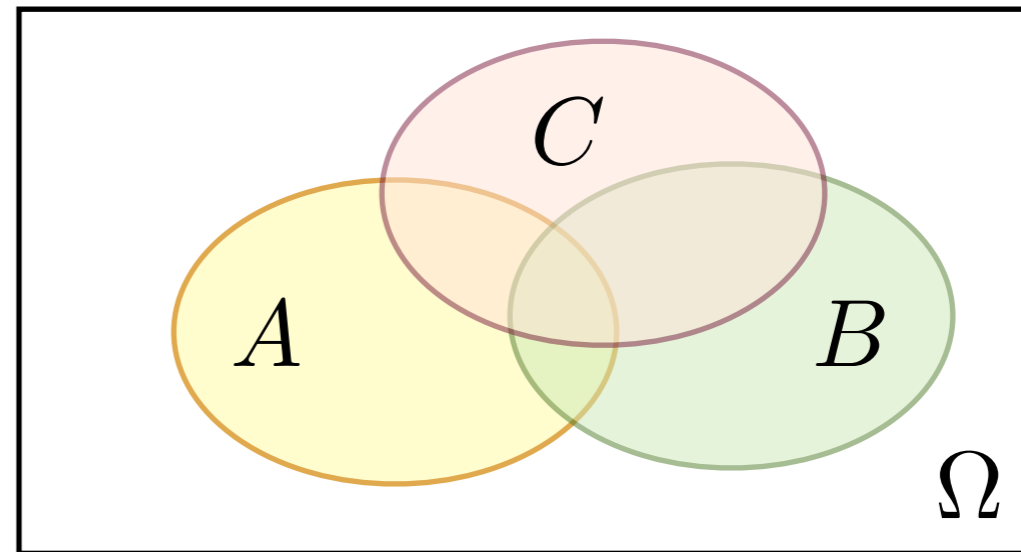
1) $P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

2) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

3) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

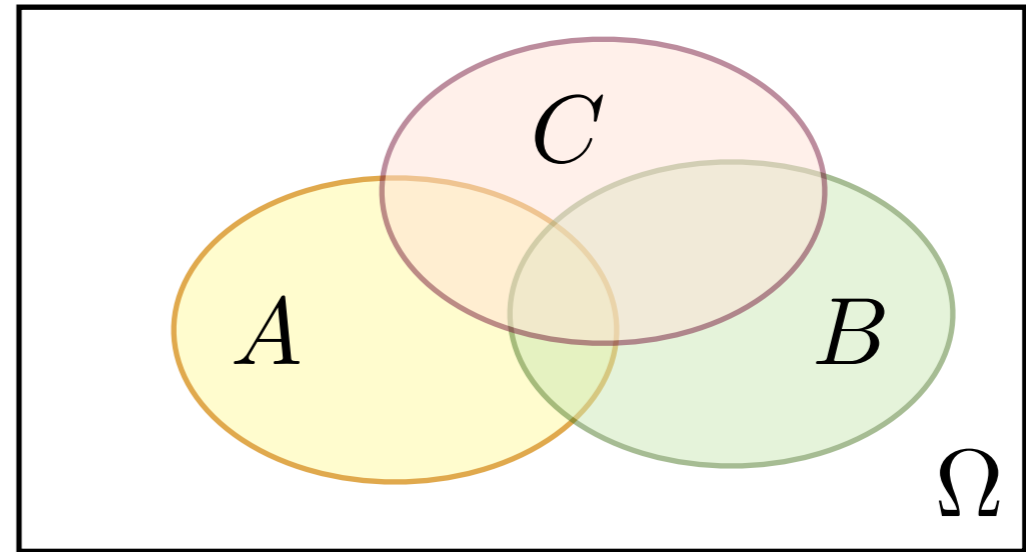


3. Pravděpodobnost

1) $P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

2) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

3) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$



4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

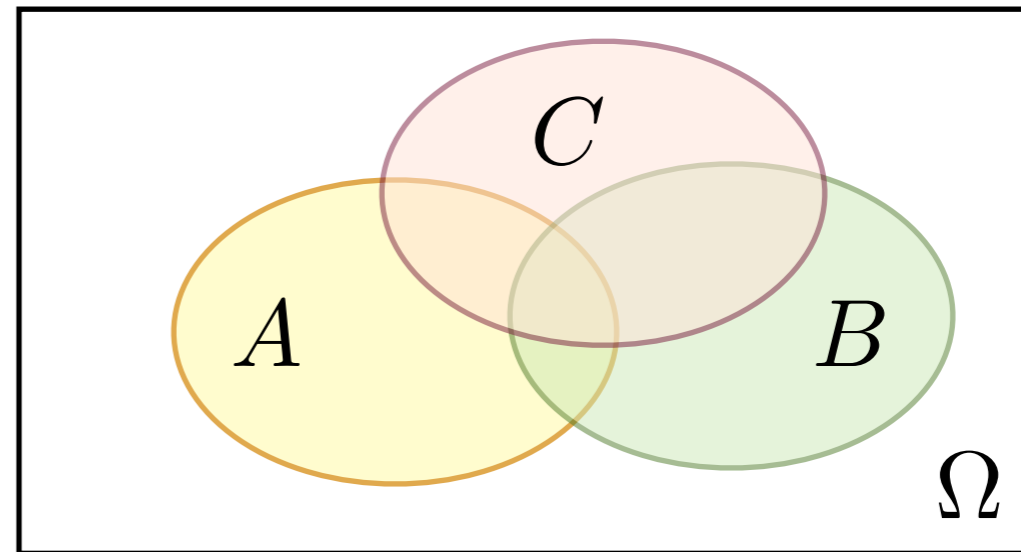
6) $P(A^C) = 1 - P(A)$

3. Pravděpodobnost

1) $P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

2) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

3) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

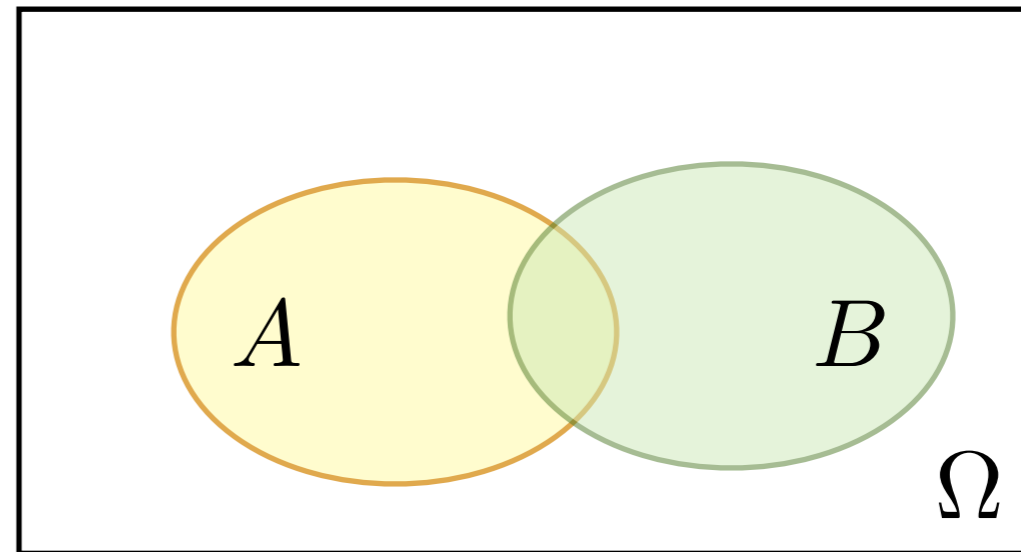


4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

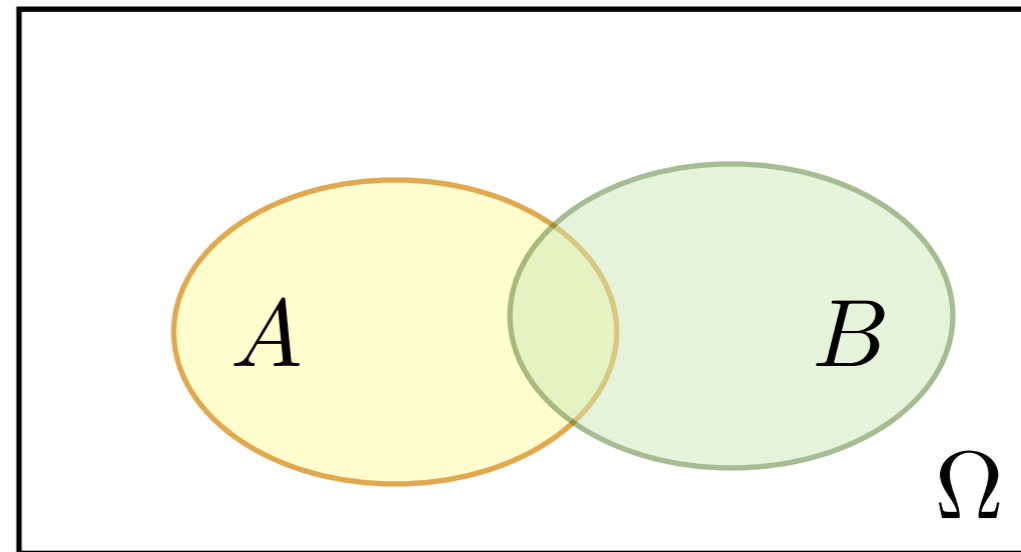
6) $P(A^C) = 1 - P(A)$

$P(A \cap B) = ?$



Podmíněná pravděpodobnost

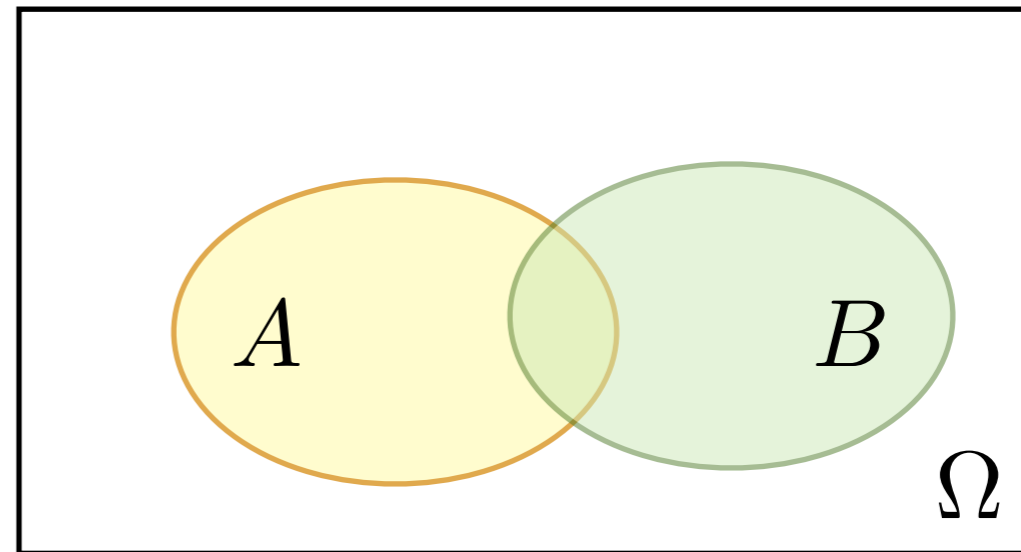
$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$



Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

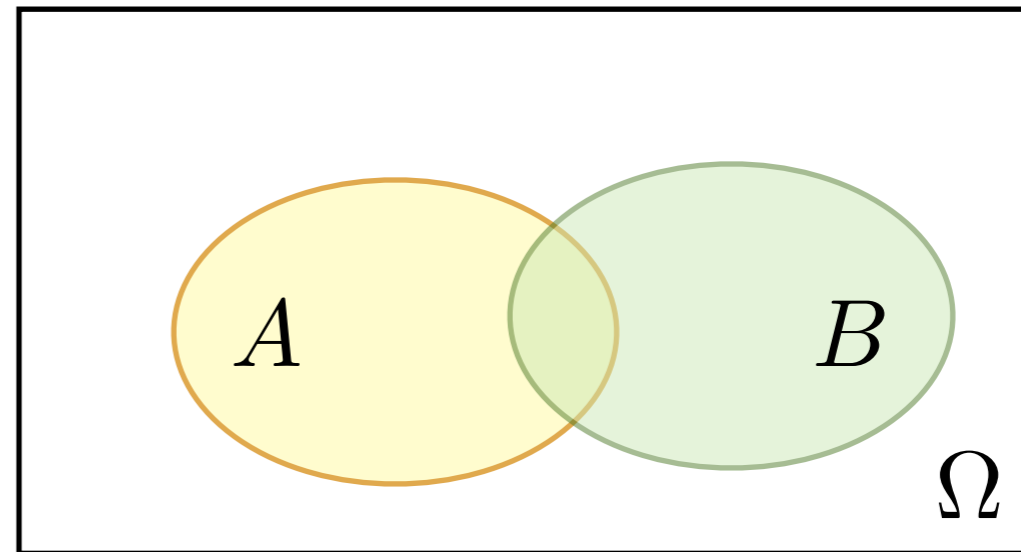
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



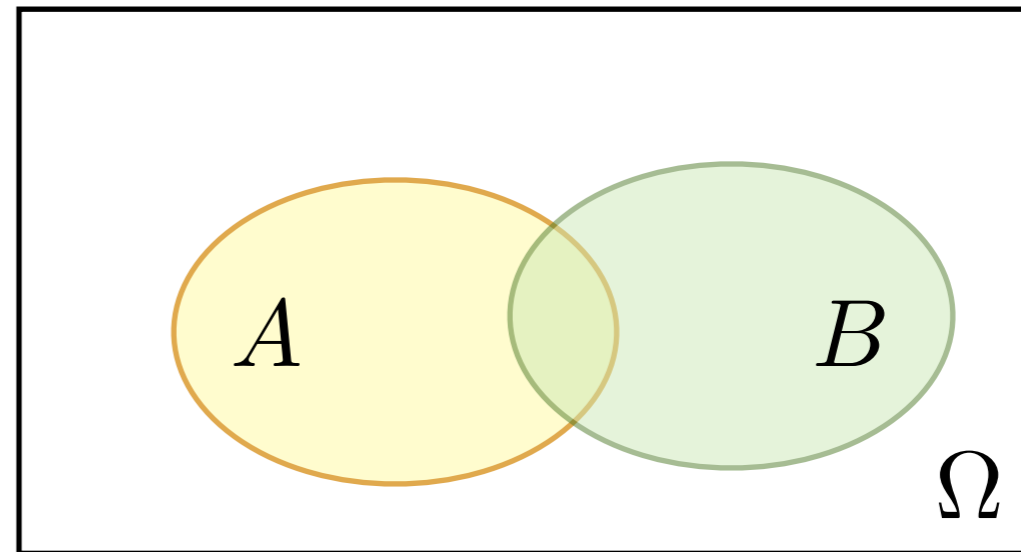
Příklad:

Je známo, že v dlouhodobém průměru je mezi 1000 dodaných komponent 2,34% vadných výrobků výrobce A, 1,08% vadných výrobků výrobce B, 65,97% bezvadných výrobků výrobce A a zbytek (30,6%) jsou bezvadné výrobky od výrobce B. Lze považovat jev, že výrobek je vadný, za stochasticky závislý na výrobci?

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Příklad:

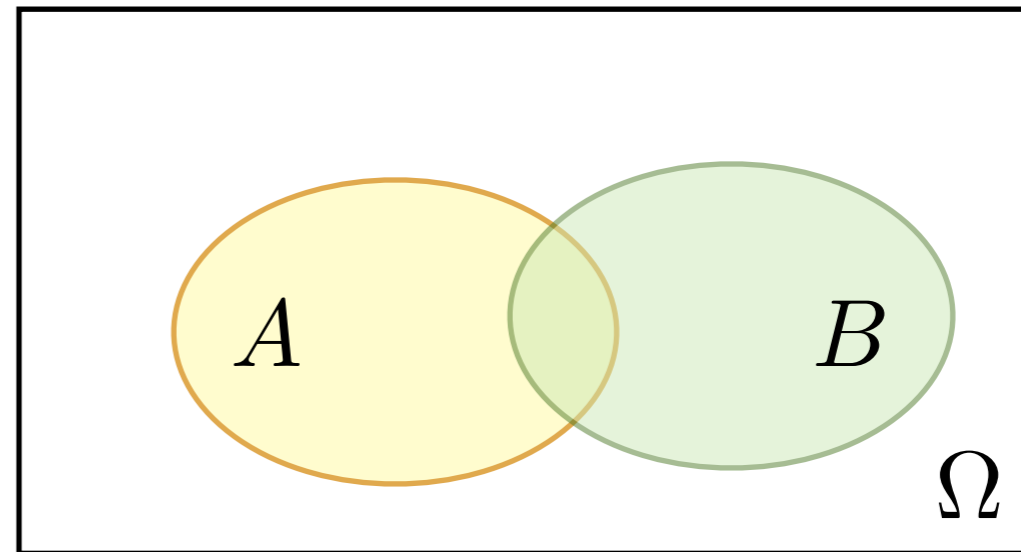
Jevy A a V jsou stochasticky nezávislé právě když

$$P(V|A) = P(V)$$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



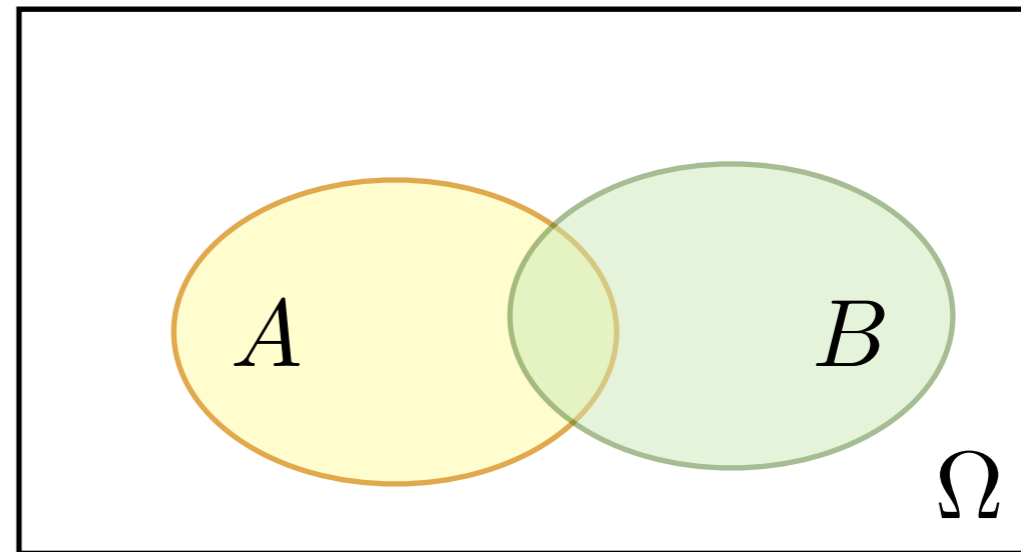
Jevy A a V jsou stochasticky nezávislé právě když

$$P(V|A) = P(V)$$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Jevy A a V jsou stochasticky nezávislé právě když

$$P(V|A) = P(V)$$

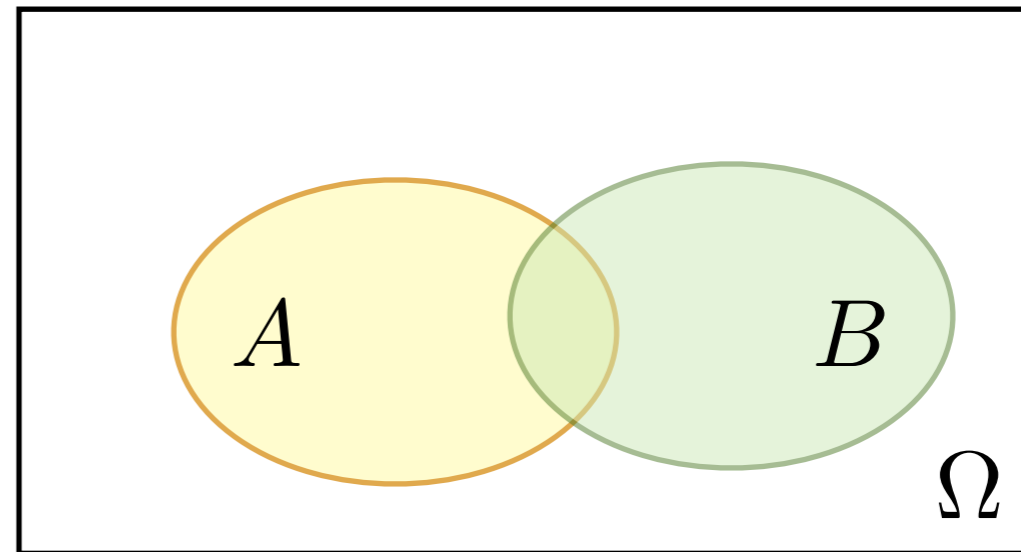
$$P(A|V) = P(A)$$

$$P(A \cap V) = P(A) \cdot P(V)$$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Jevy A a V jsou stochasticky nezávislé právě když

$$P(V|A) = P(V)$$

$$P(A|V) = P(A)$$

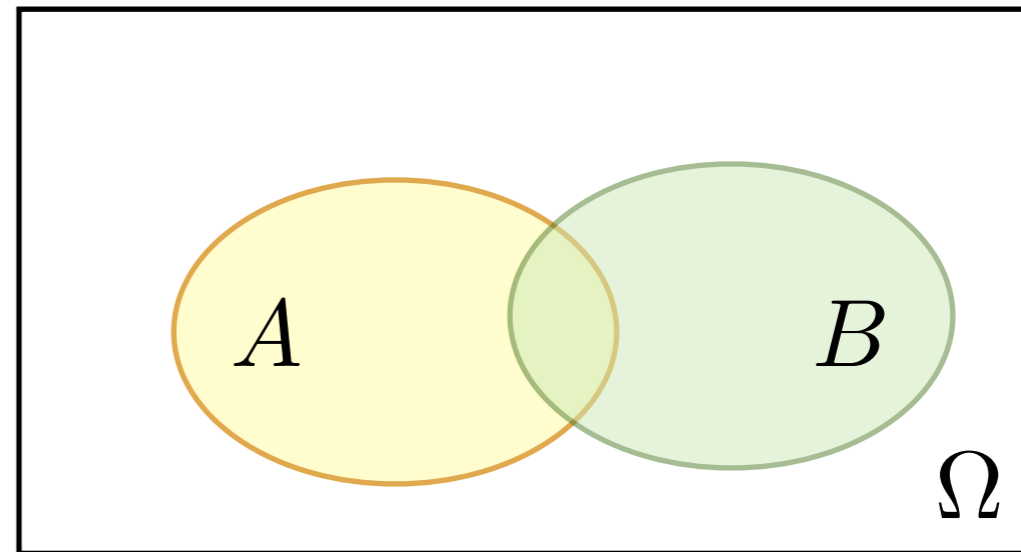
$$P(A \cap V) = P(A) \cdot P(V)$$

| | A | B |
|----------|-------|-------|
| vada (V) | 2,34 | 1,08 |
| bez vady | 65,98 | 30,60 |

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Jevy A a V jsou stochasticky nezávislé právě když

$$P(V|A) = P(V)$$

$$P(A|V) = P(A)$$

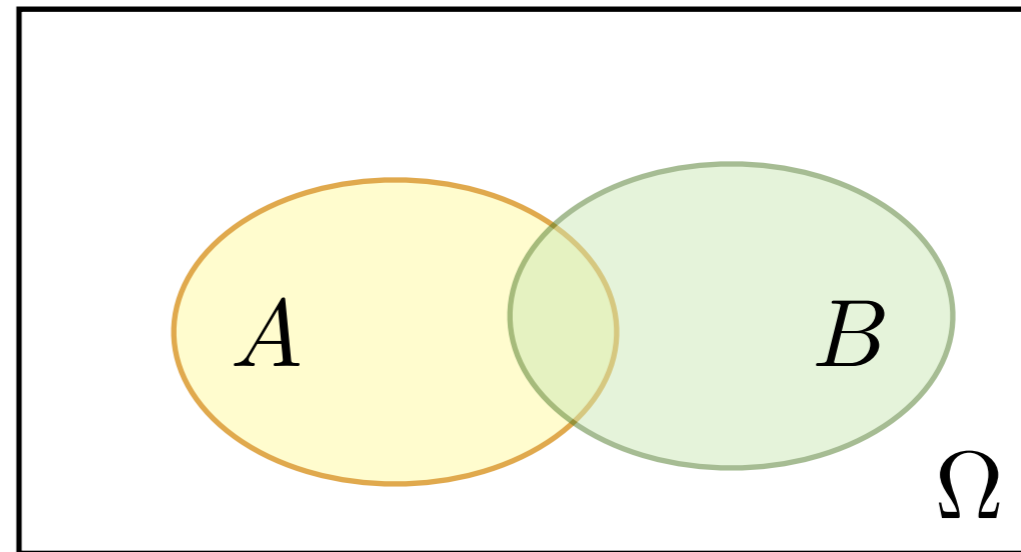
$$P(A \cap V) = P(A) \cdot P(V)$$

| | A | B | celkem |
|----------|-------|-------|--------|
| vada (V) | 2,34 | 1,08 | 3,42 |
| bez vady | 65,98 | 30,60 | 96,58 |
| celkem | 68,32 | 31,68 | 100 |

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



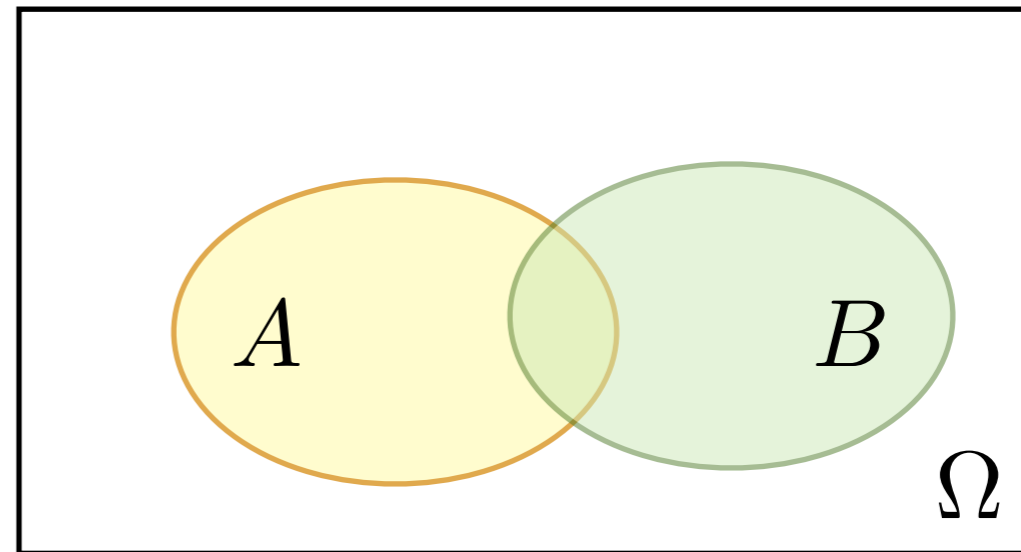
$$2,34 = 3,42 \cdot 68,32$$

| | A | B | celkem |
|----------|-------|-------|--------|
| vada (V) | 2,34 | 1,08 | 3,42 |
| bez vady | 65,98 | 30,60 | 96,58 |
| celkem | 68,32 | 31,68 | 100 |

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Příklad:

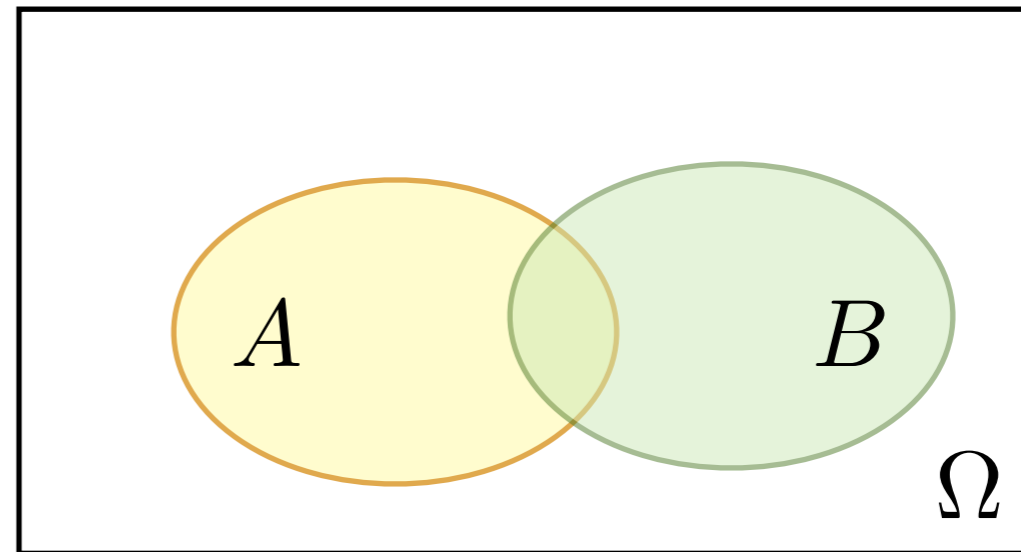
$$2,34 = 3,42 \cdot 68,32$$

| | A | B | celkem |
|----------|-------|-------|--------|
| vada (V) | 2,34 | 1,08 | 3,42 |
| bez vady | 65,98 | 30,60 | 96,58 |
| celkem | 68,32 | 31,68 | 100 |

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Příklad:

$$2,34 = 3,42 \cdot 68,32$$

$$1,08 = 3,42 \cdot 31,68$$

$$65,98 = 96,58 \cdot 68,32$$

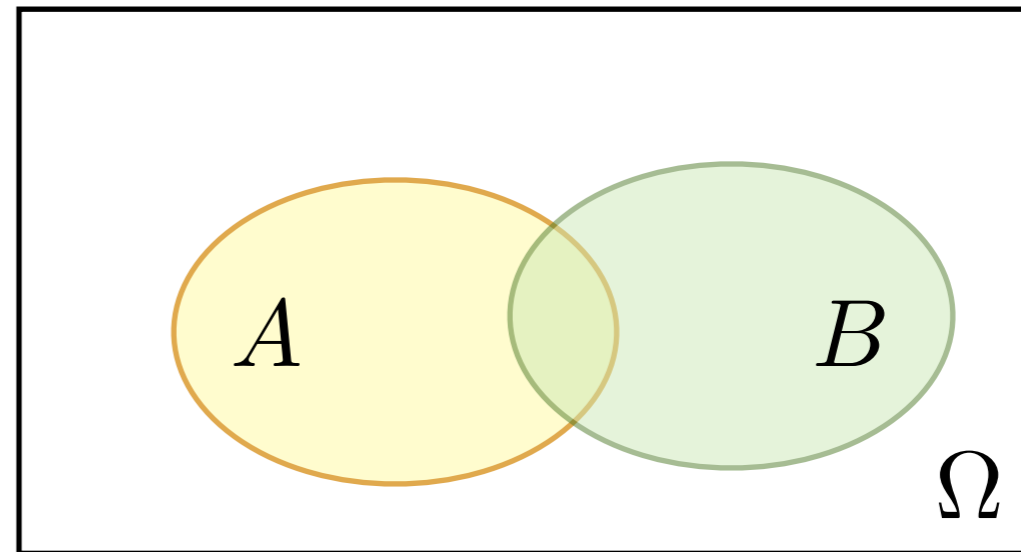
$$30,60 = 96,58 \cdot 31,68$$

| | A | B | celkem |
|----------|-------|-------|--------|
| vada (V) | 2,34 | 1,08 | 3,42 |
| bez vady | 65,98 | 30,60 | 96,58 |
| celkem | 68,32 | 31,68 | 100 |

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$



Příklad:

Jev, že výrobek je vadný, lze považovat za stochasticky nezávislý na výrobci.

$$2,34 = 3,42 \cdot 68,32$$

$$1,08 = 3,42 \cdot 31,68$$

$$65,98 = 96,58 \cdot 68,32$$

$$30,60 = 96,58 \cdot 31,68$$

o.k.

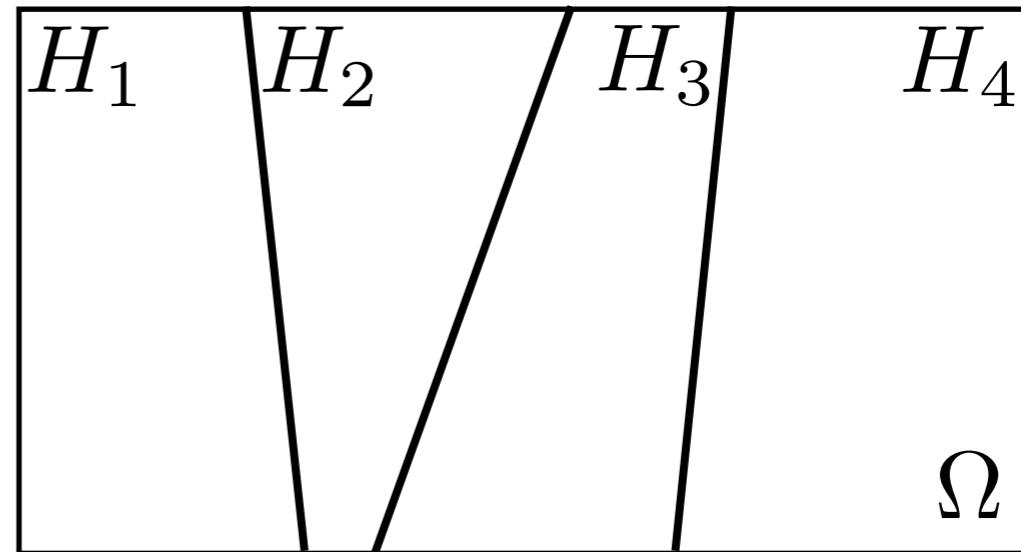
| | A | B | celkem |
|----------|-------|-------|--------|
| vada (V) | 2,34 | 1,08 | 3,42 |
| bez vady | 65,98 | 30,60 | 96,58 |
| celkem | 68,32 | 31,68 | 100 |

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

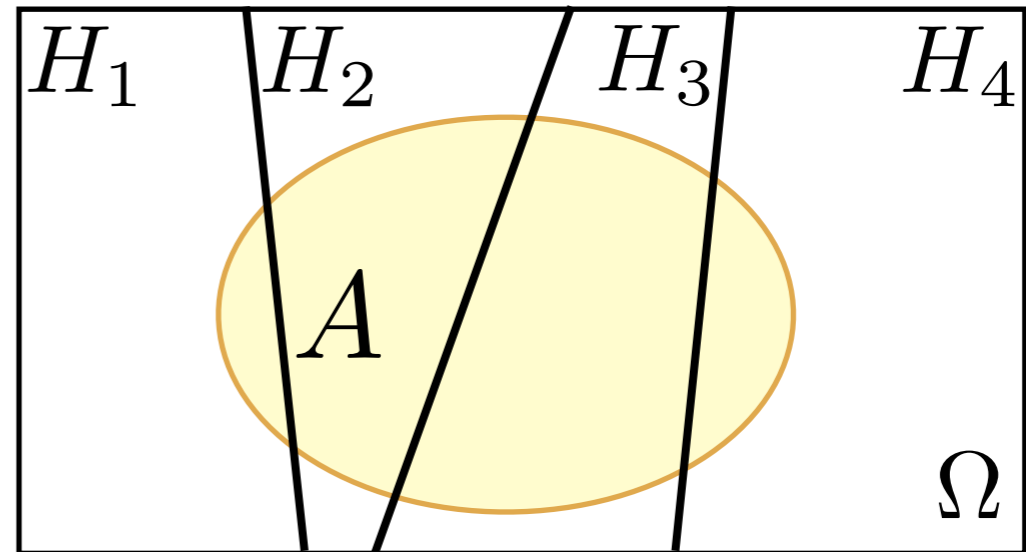
Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$



Věta o úplné pravděpodobnosti

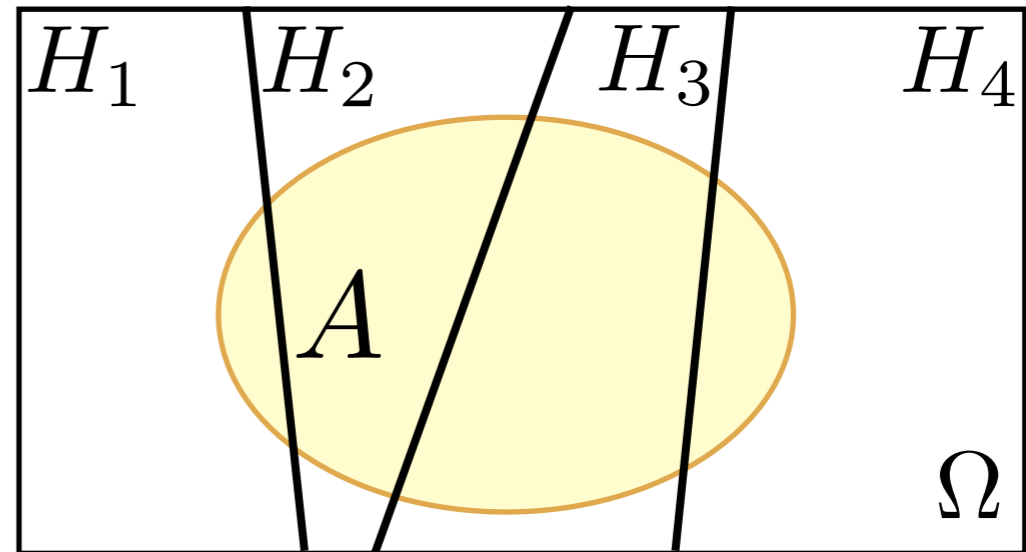
A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$



Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

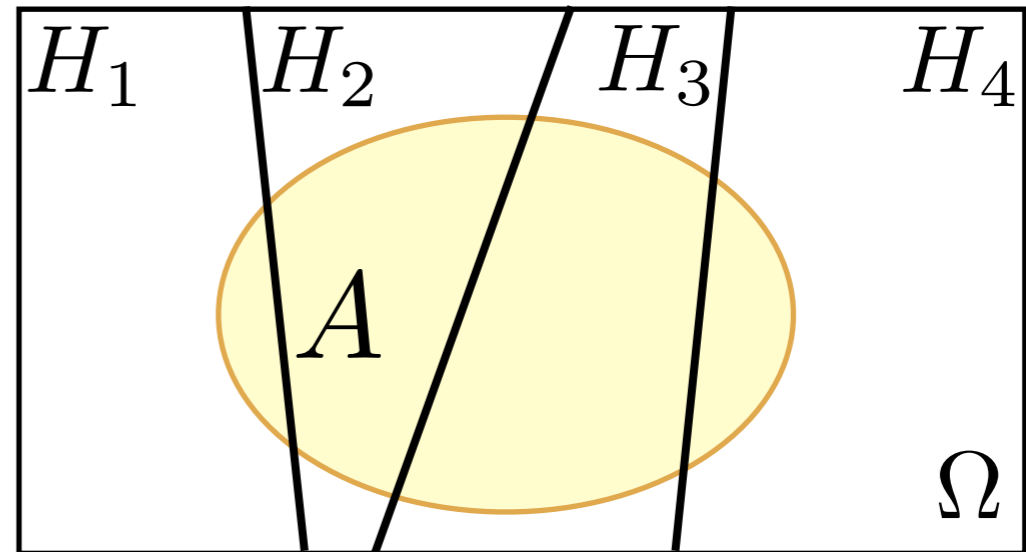
$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|H_1) \cdot P(H_1) \\ &+ P(A|H_2) \cdot P(H_2) \\ &+ P(A|H_3) \cdot P(H_3) \\ &+ P(A|H_4) \cdot P(H_4) \end{aligned}$$



Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|H_1) \cdot P(H_1) \\ &+ P(A|H_2) \cdot P(H_2) \\ &+ P(A|H_3) \cdot P(H_3) \\ &+ P(A|H_4) \cdot P(H_4) \end{aligned}$$



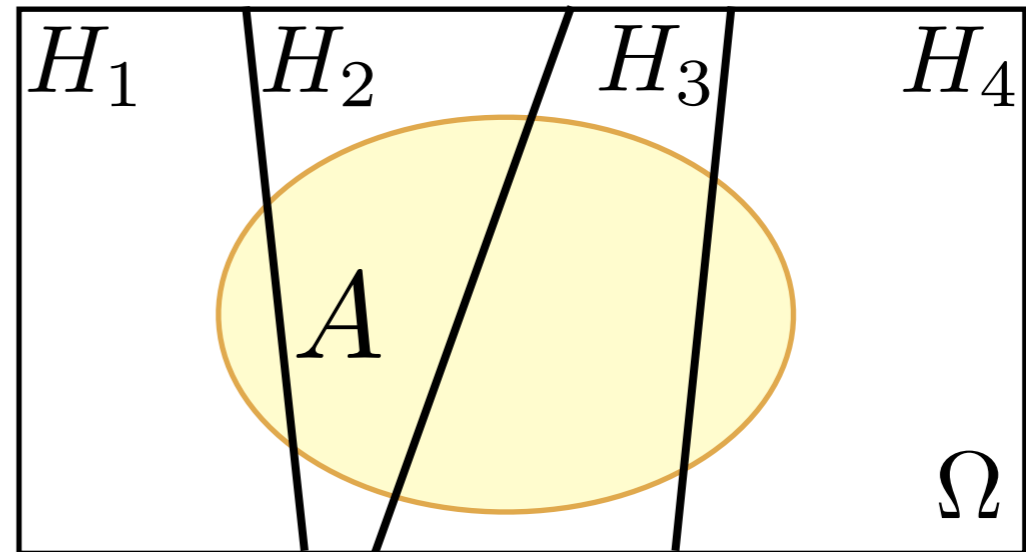
Příklad:

Na trhu jsou výrobky od čtyř výrobců v pořadí A, B, C a D v poměru 1:2:4:5. Zmetkovitost je u těchto výrobců po řadě 0,5%, 0,8%, 0,3% a 0,3%. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný výrobek na trhu bude vadný? A bude-li vadný, jaká je pravděpodobnost, že byl vyroben výrobcem A?

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|H_1) \cdot P(H_1) \\ &+ P(A|H_2) \cdot P(H_2) \\ &+ P(A|H_3) \cdot P(H_3) \\ &+ P(A|H_4) \cdot P(H_4) \end{aligned}$$

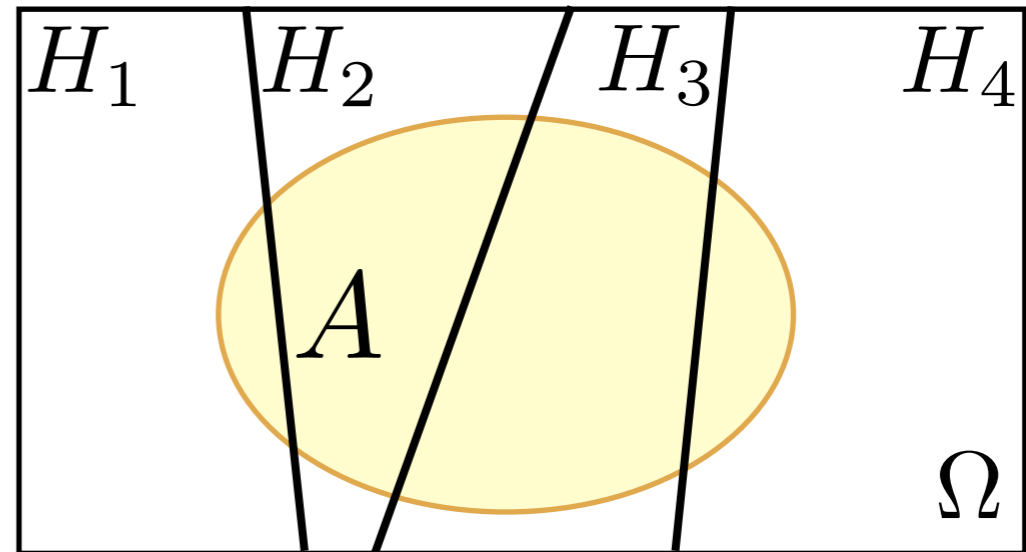


Příklad:

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|H_1) \cdot P(H_1) \\ &+ P(A|H_2) \cdot P(H_2) \\ &+ P(A|H_3) \cdot P(H_3) \\ &+ P(A|H_4) \cdot P(H_4) \end{aligned}$$



Příklad:

$$P(H_1) = 1/12, \quad P(A|H_1) = 0,005$$

$$P(H_2) = 2/12, \quad P(A|H_2) = 0,008$$

$$P(H_3) = 4/12, \quad P(A|H_3) = 0,003$$

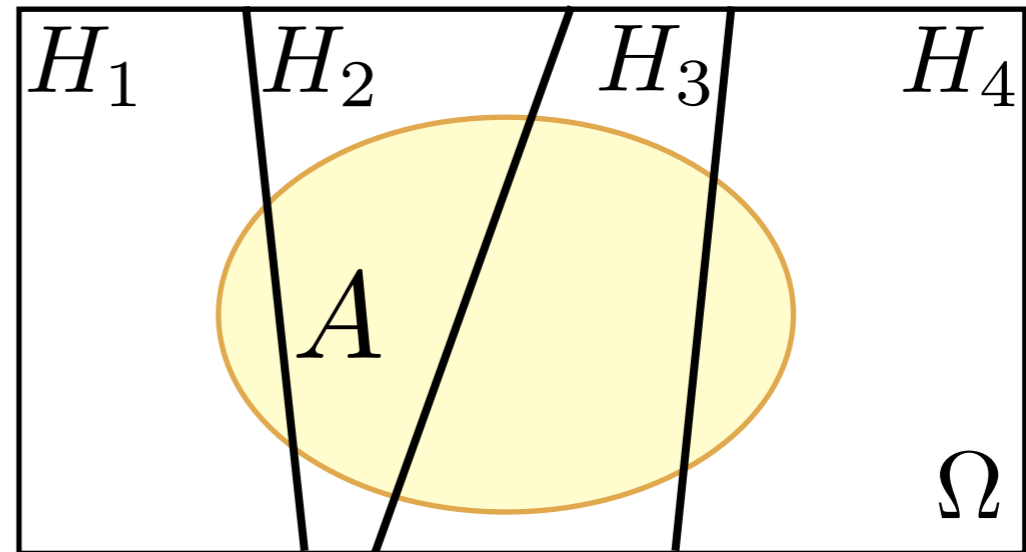
$$P(H_4) = 5/12, \quad P(A|H_4) = 0,003$$

$$P(A) = (5 + 16 + 12 + 15)/12000 = 0,004$$

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|H_1) \cdot P(H_1) \\ &+ P(A|H_2) \cdot P(H_2) \\ &+ P(A|H_3) \cdot P(H_3) \\ &+ P(A|H_4) \cdot P(H_4) \end{aligned}$$



Příklad:

$$P(H_1) = 1/12, \quad P(A|H_1) = 0,005$$

$$P(H_2) = 2/12, \quad P(A|H_2) = 0,008$$

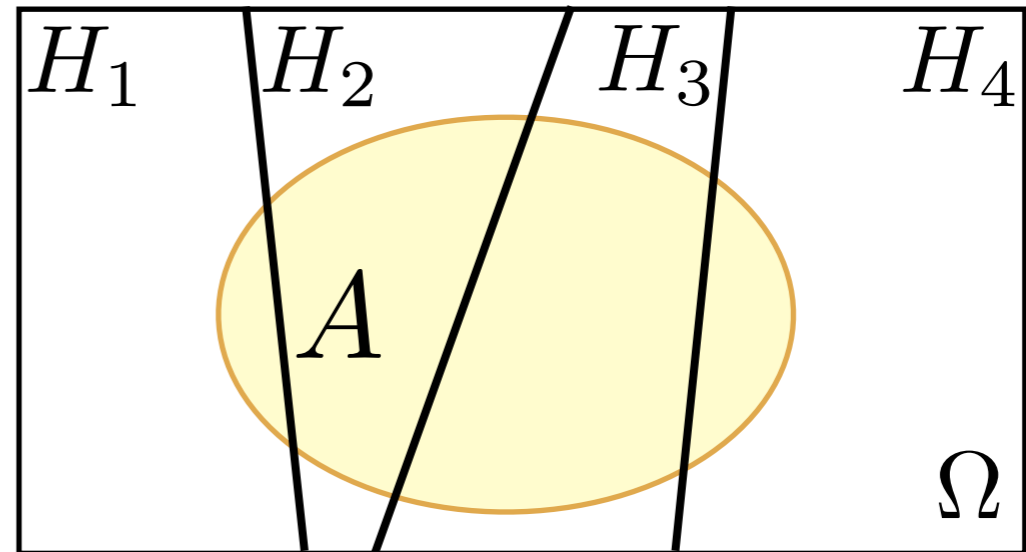
$$P(H_3) = 4/12, \quad P(A|H_3) = 0,003$$

$$P(H_4) = 5/12, \quad P(A|H_4) = 0,003$$

$$P(A) = (5 + 16 + 12 + 15)/12000 = 0,004$$

Bayesova věta

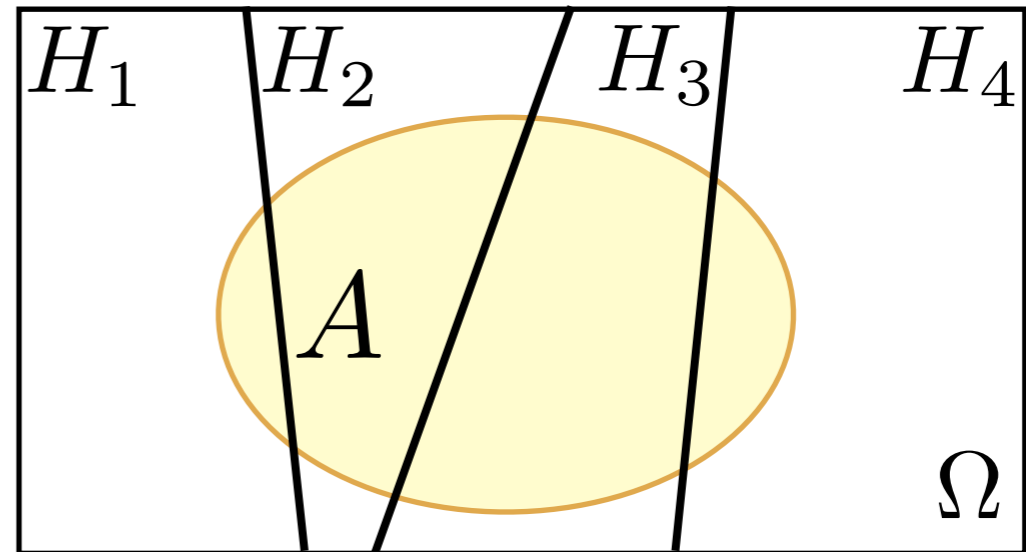
A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$



Bayesova věta

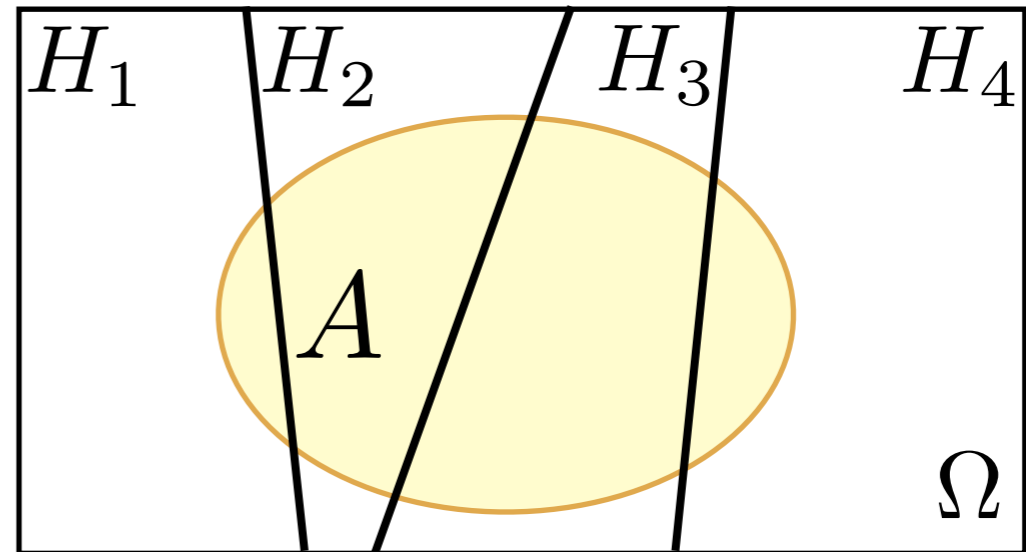
A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1) \cdot P(H_1)}{P(A)}$$



Bayesova věta

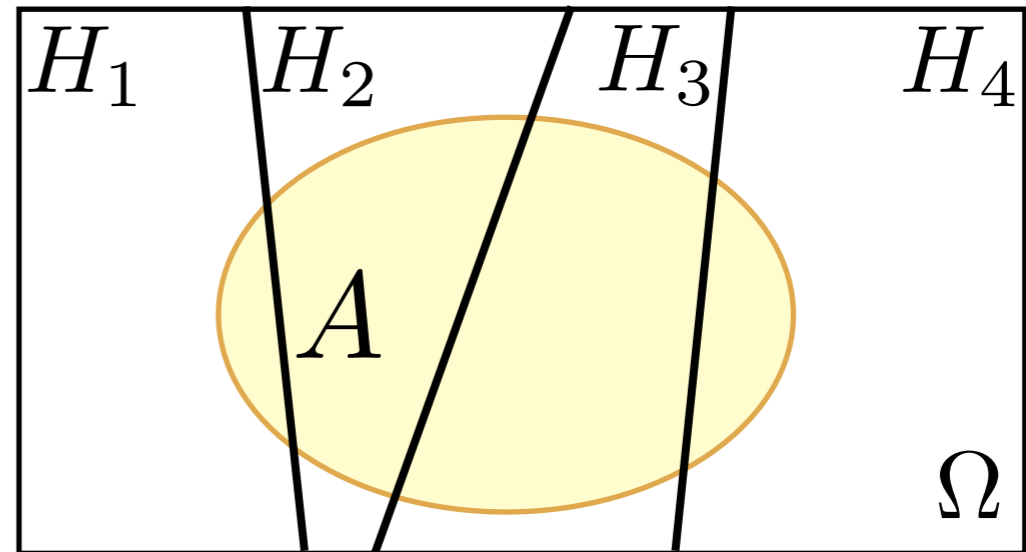
A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$



Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

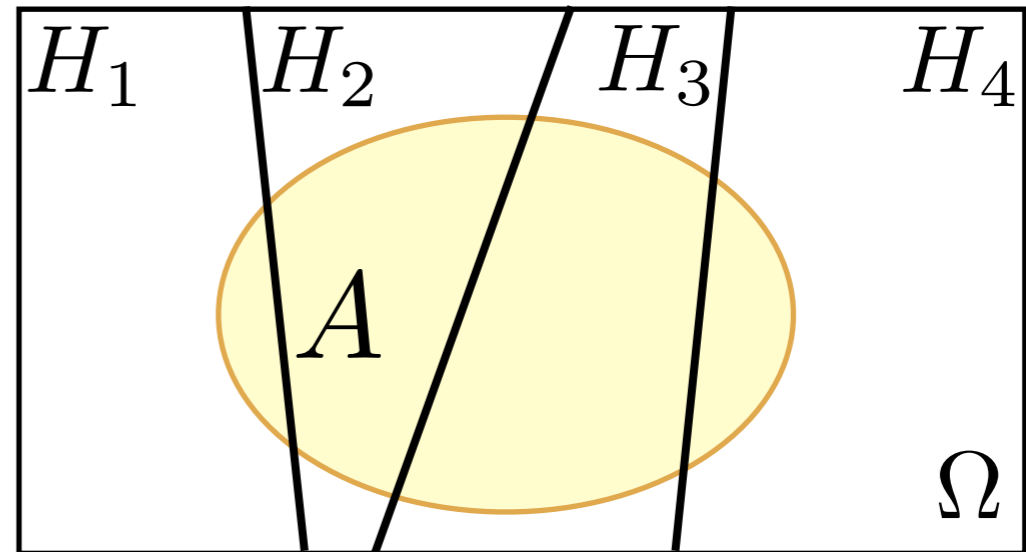
$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1) \cdot P(H_1)}{\sum_{i=1}^4 P(A|H_i) \cdot P(H_i)}$$



Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1) \cdot P(H_1)}{\sum_{i=1}^4 P(A|H_i) \cdot P(H_i)}$$



Příklad:

$$P(H_1) = 0,08333, \quad P(A|H_1) = 0,005$$

$$P(H_2) = 0,16667, \quad P(A|H_2) = 0,008$$

$$P(H_3) = 0,33333, \quad P(A|H_3) = 0,003$$

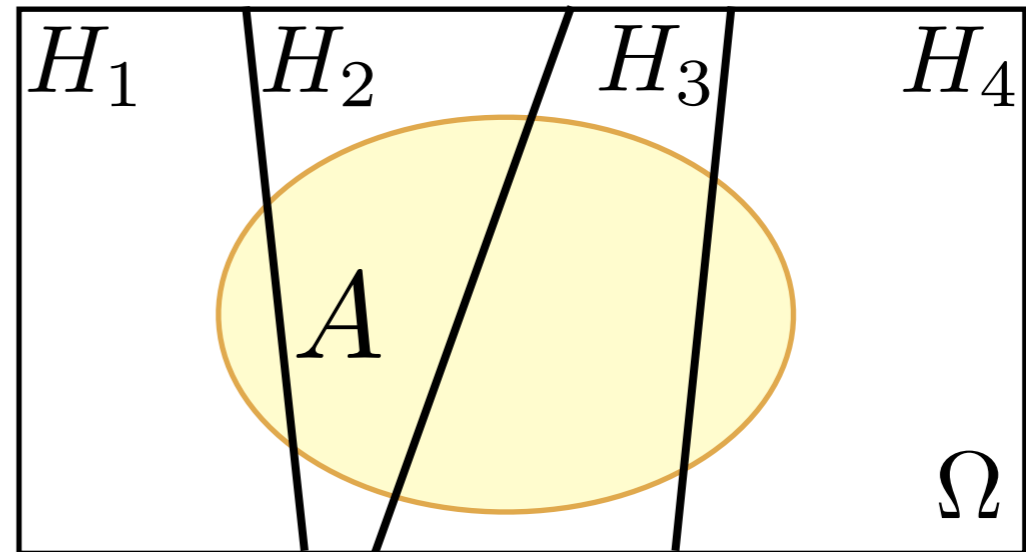
$$P(H_4) = 0,41667, \quad P(A|H_4) = 0,003$$

$$P(H_1|A) = 0,005 \cdot 0,08333 / 0,004 = 0,10417$$

Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω
 $H_i \cap H_j = \emptyset, H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1) \cdot P(H_1)}{\sum_{i=1}^4 P(A|H_i) \cdot P(H_i)}$$



Příklad:

$$P(H_1) = 0,08333, P(A|H_1) = 0,005$$

$$P(H_2) = 0,16667, P(A|H_2) = 0,008$$

$$P(H_3) = 0,33333, P(A|H_3) = 0,003$$

$$P(H_4) = 0,41667, P(A|H_4) = 0,003$$

$$P(H_1|A) = 0,005 \cdot 0,08333 / 0,004 = 0,10417$$

Bayesova věta

Bayesova věta

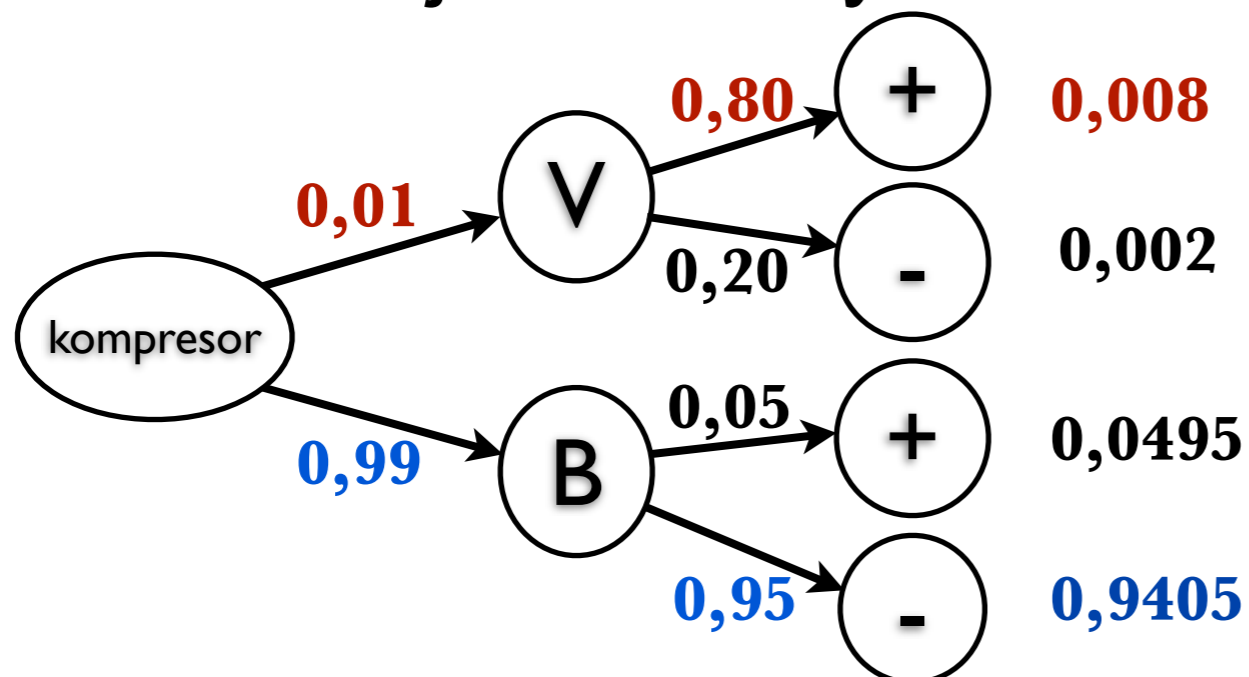
Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

Bayesova věta

Příklad:

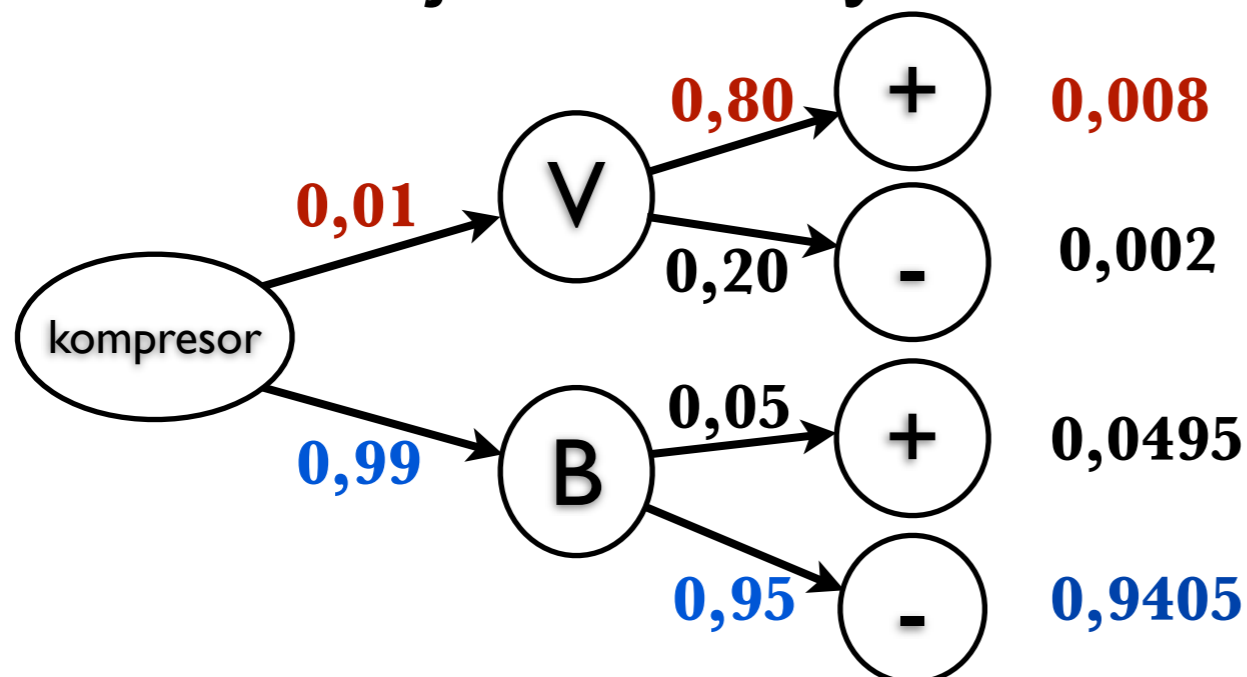
Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

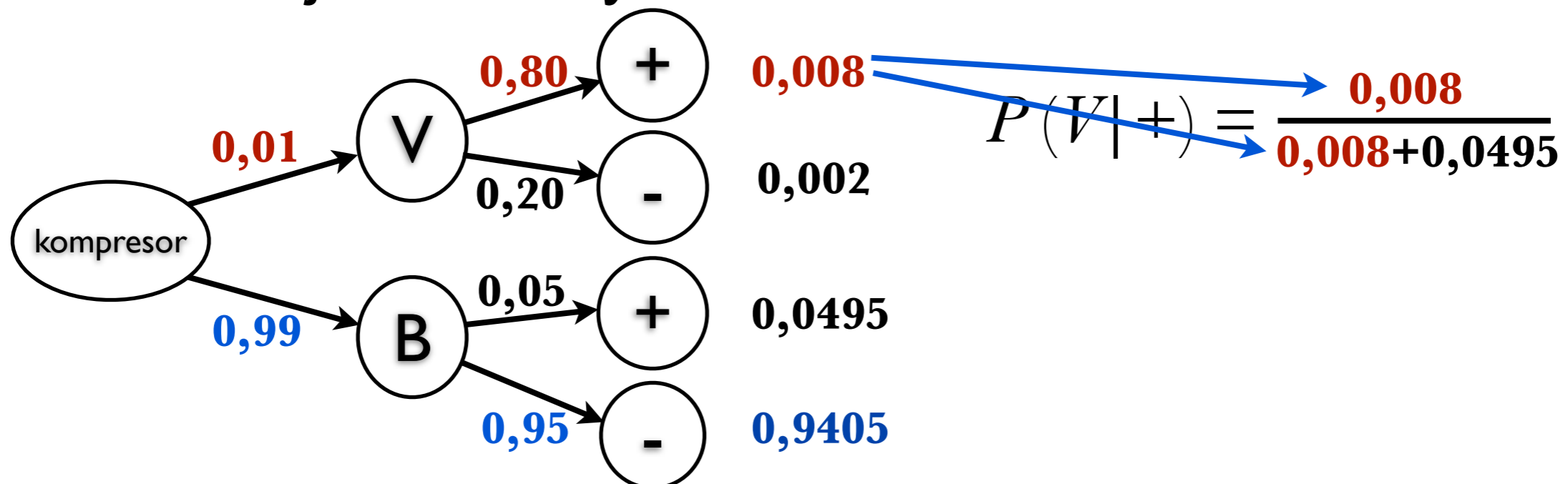


$$P(V|+) = \frac{0,008}{0,008+0,0495}$$

Bayesova věta

Příklad:

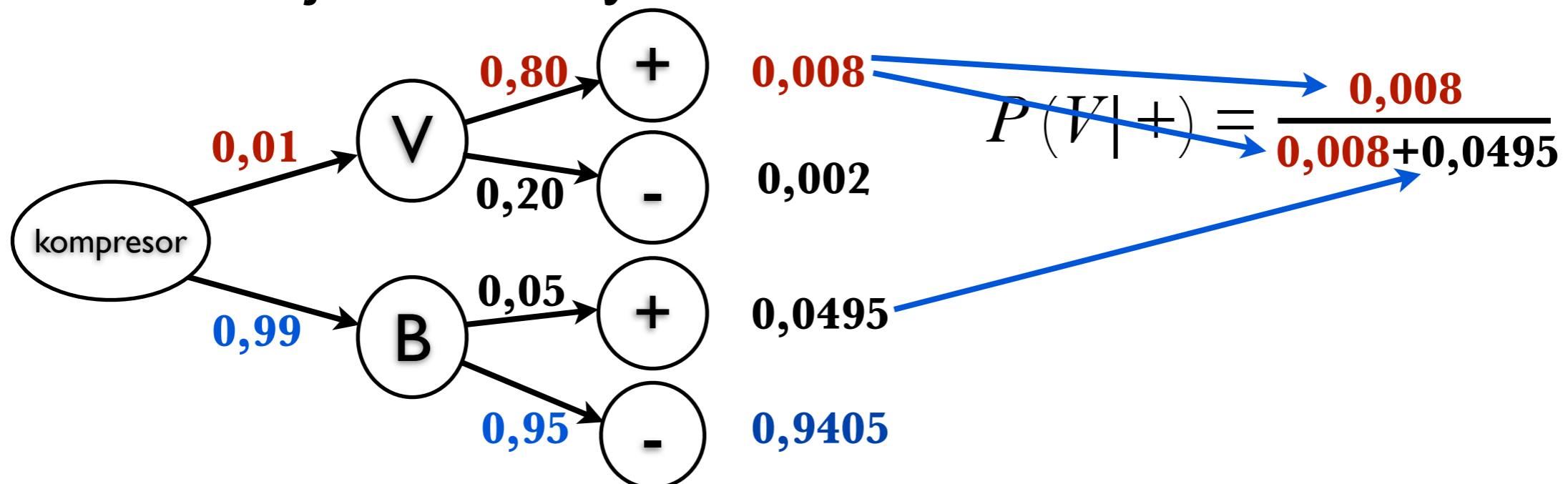
Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



Bayesova věta

Příklad:

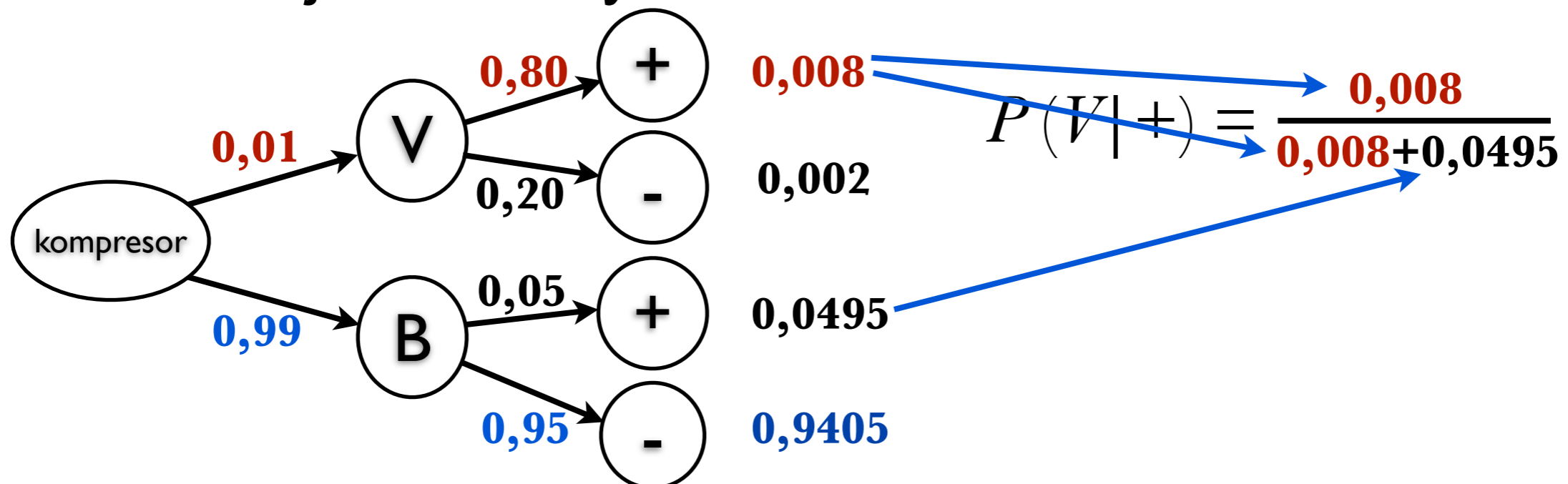
Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



Bayesova věta

Příklad:

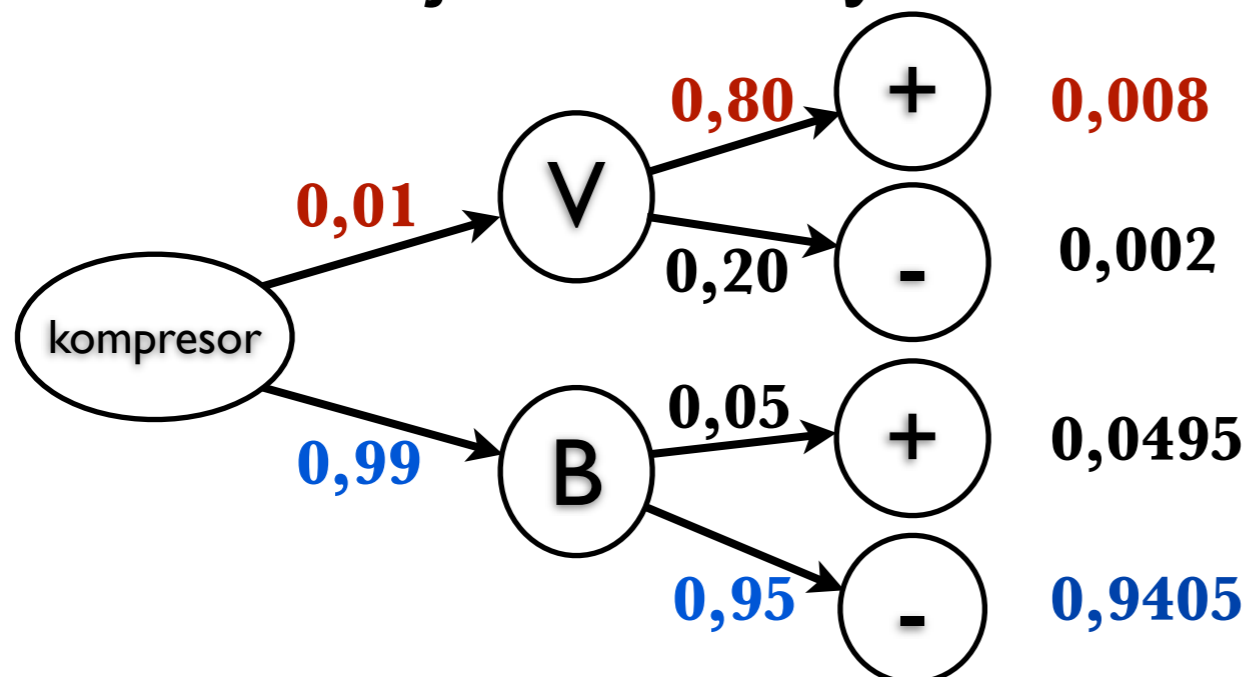
Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

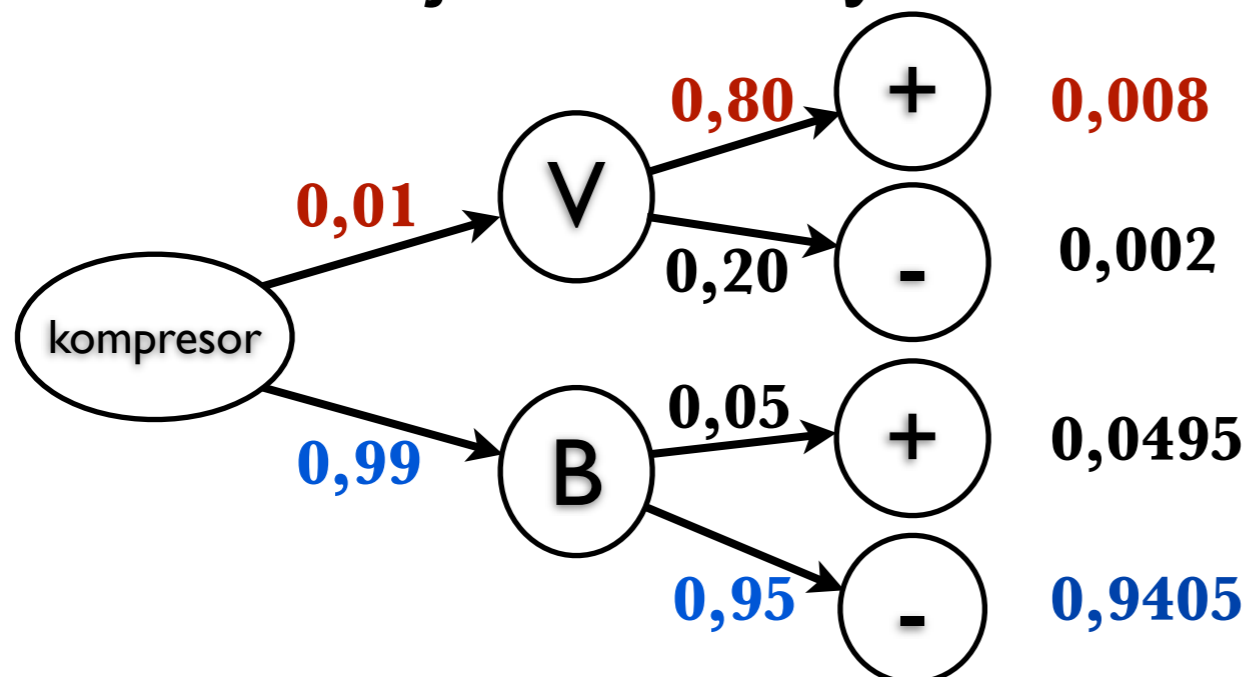


$$P(V|+) = \frac{0,008}{0,008+0,0495}$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

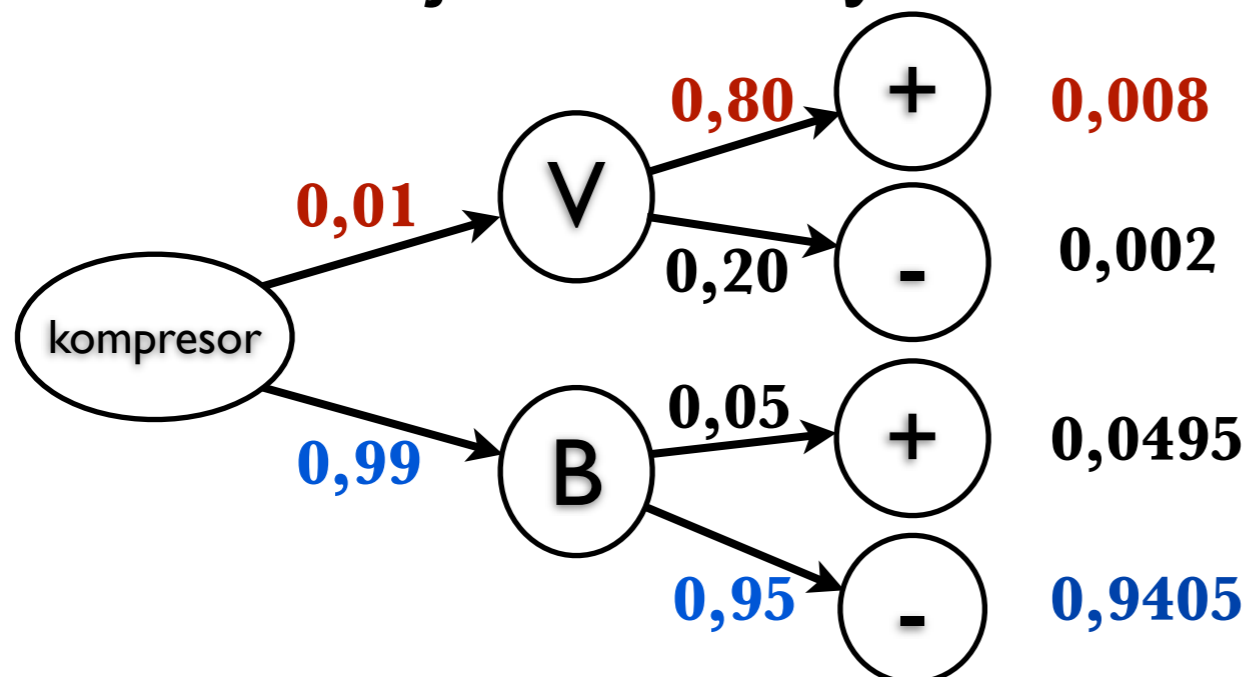


$$P(V|+) = \frac{0,008}{0,008+0,0495} = 0,1391$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

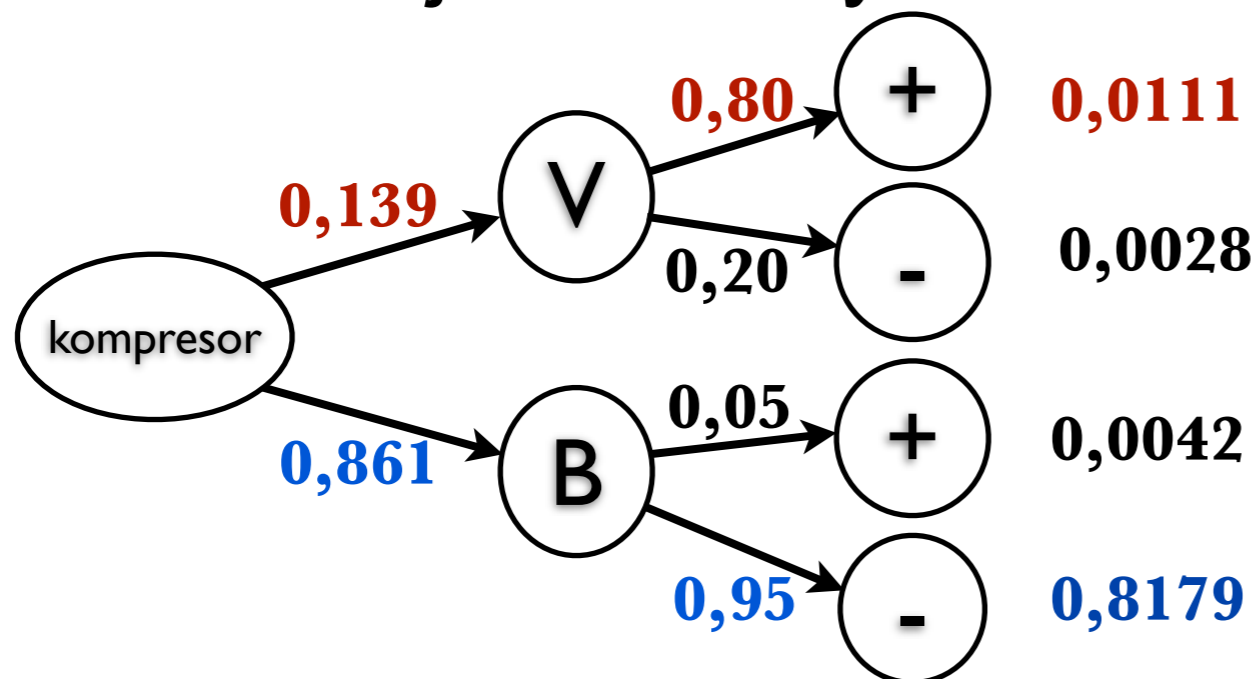


$$P(V|+) = \frac{0,008}{0,008+0,0495}$$
$$= 0,1391$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



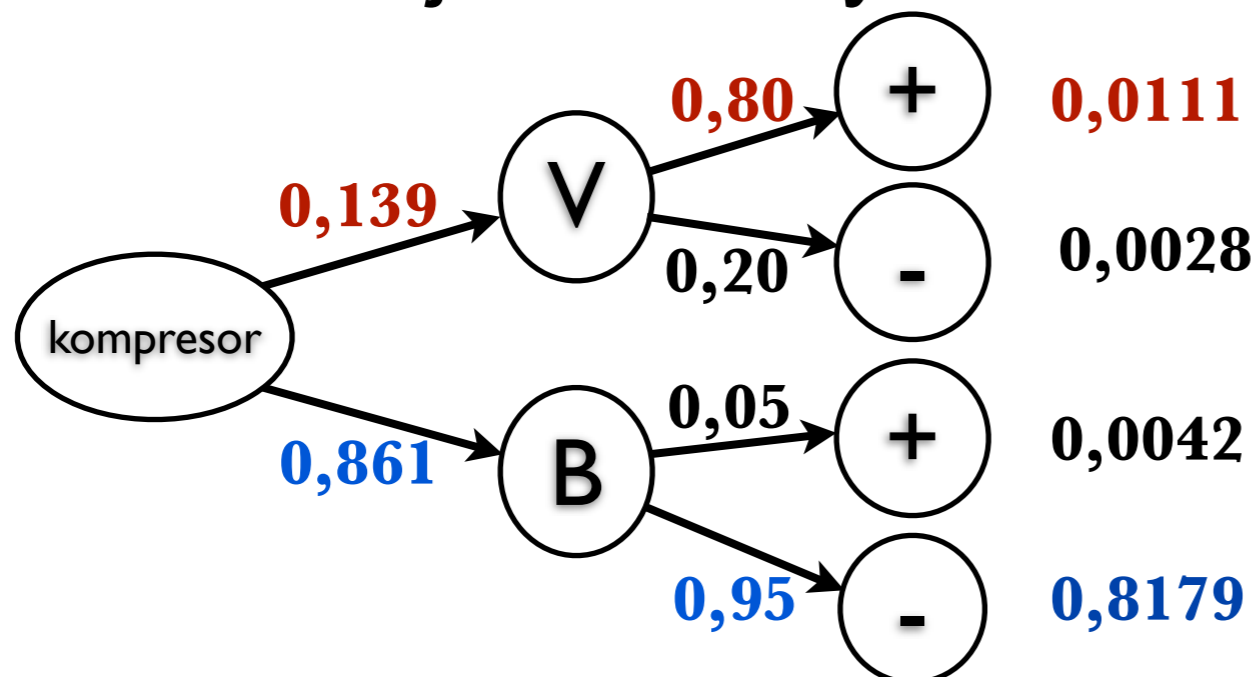
$$P_2(V|+) = \frac{0,0111}{0,0111+0,0042}$$

Při opakovaném testu

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



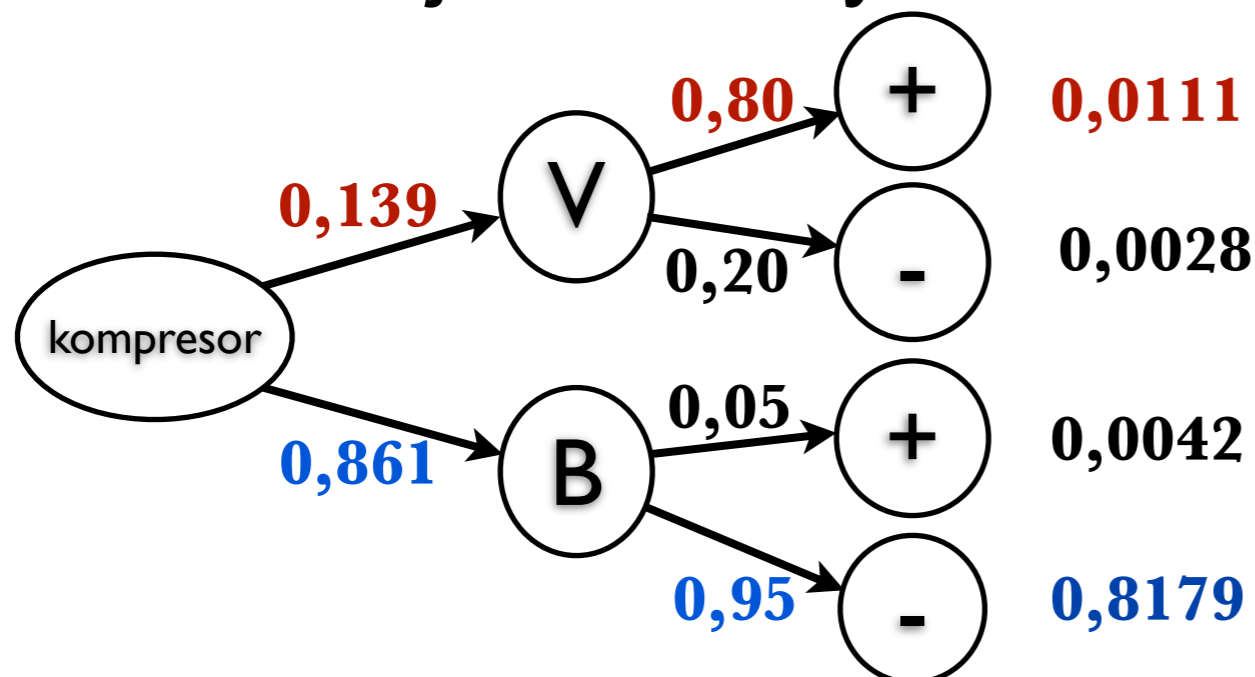
$$P_2(V|+) = \frac{0,0111}{0,0111+0,0042} = 0,7255$$

Při opakovaném testu

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



$$P_2(V|+) = \frac{0,0111}{0,0111+0,0042}$$

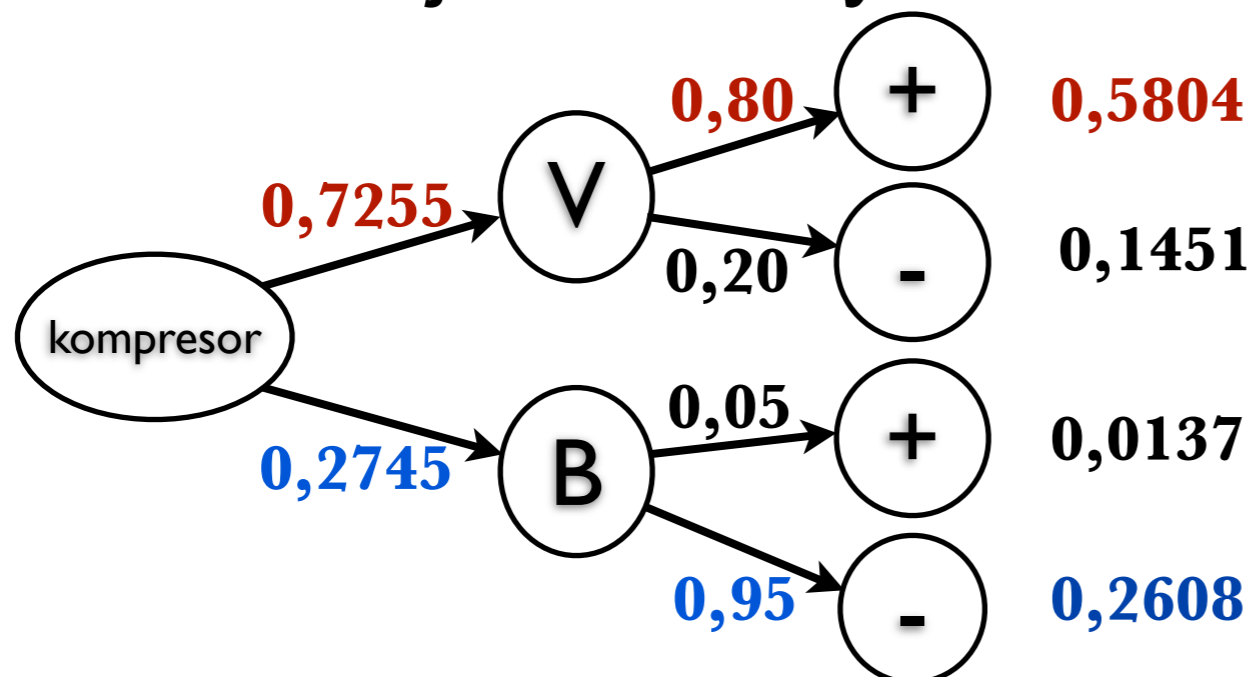
$$= 0,7255$$

Při opakovaném testu

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



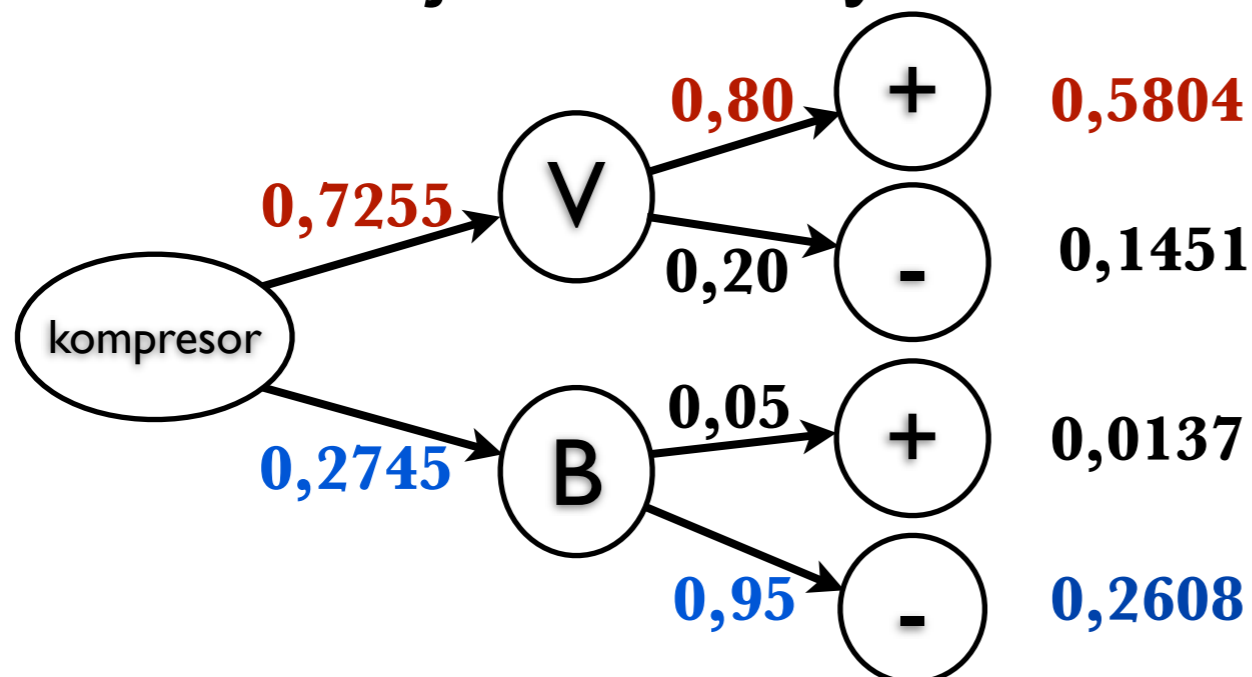
$$P_3(V|+) = \frac{0,5804}{0,5804+0,0137}$$

Při opakovaném testu

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



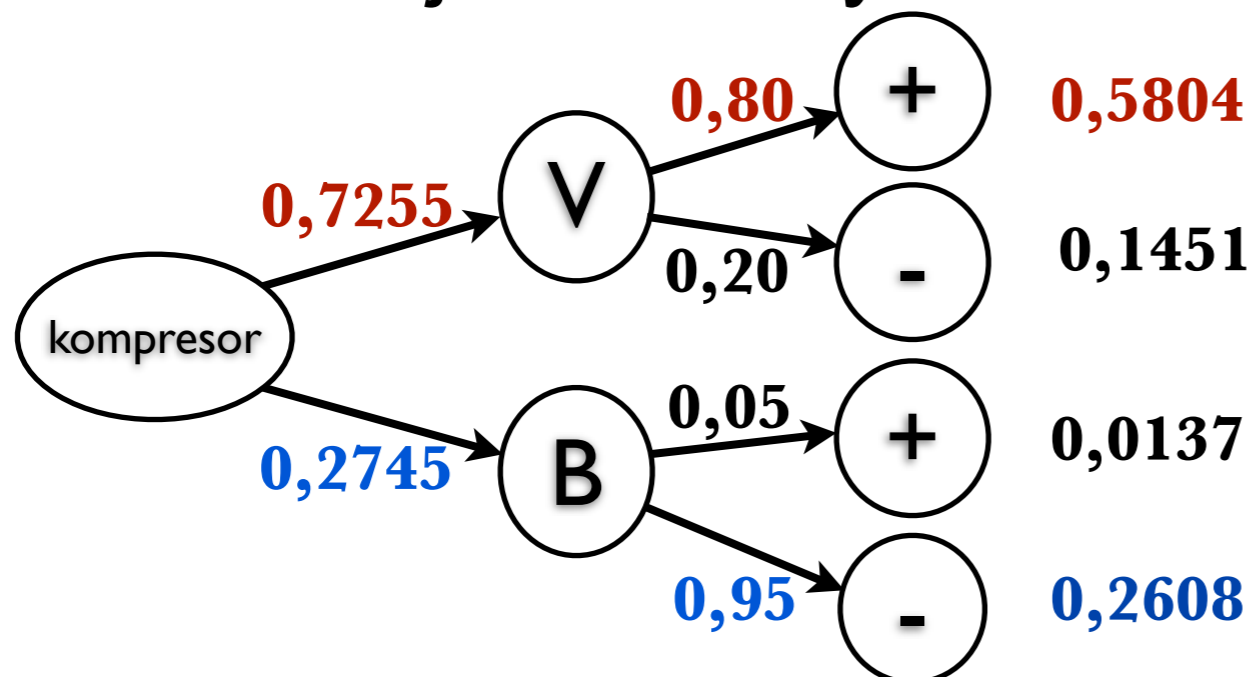
$$P_3(V|+) = \frac{0,5804}{0,5804+0,0137} = 0,977$$

Při opakovaném testu

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



$$P_3(V|+) = \frac{0,5804}{0,5804+0,0137}$$

$$= 0,977$$

Při opakovaném testu

Tato přednáška je na
<http://d.nipax.cz/PS/2010/>

Index of /PS/2010

| Name | Last modified | Size | Description |
|--|-------------------------------|----------------------|-----------------------------|
|  Parent Directory | | - | |
|  cviceni_21_09_10.pdf | 30-Sep-2010 00:45 | 168K | |
|  pisemka1.pdf | 30-Sep-2010 00:46 | 47K | |
|  prednaska1.key | 23-Sep-2010 11:25 | 6.0M | |
|  prednaska1.pdf | 28-Sep-2010 10:37 | 2.1M | |
|  prednaska1.ppt | 28-Sep-2010 10:36 | 1.1M | |
|  prednaska2.key | 29-Sep-2010 01:03 | 4.9M | |
|  prednaska2.pdf | 30-Sep-2010 00:42 | 3.6M | |