Operátory divergence a rotace

Nechť $\overrightarrow{f} = (U, V, W)$ je vektorové pole (funkce) v oblasti $D \subset \mathbb{E}_3$
Divergencí pole $\overrightarrow{f}$ nazýváme skalární funkci, kterou značíme div $\overrightarrow{f}$:

$$\operatorname{div} \overrightarrow{f} = \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{x}} + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{y}} + \frac{\partial \mathrm{W}}{\partial \mathrm{z}}$$

(v bodech $[x, y, z] \in D$, v nichž existuje).

div $\overrightarrow{f}\,(A)$ je číslo, které udává intenzitu (vydatnost) zdroje v bodě A: zřídlo při kladné intenzitě, propad (nor) při záporné intenzitě

Symbol ∇ označuje vektorový operátor zvaný *operátor nabla* (formálně)

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

Divergenci pak lze zapsat ve tvaru skalárního součinu:

$$\operatorname{div} \overrightarrow{f} = \nabla \cdot \overrightarrow{f}$$

Rotací pole $\overrightarrow{f}$ nazýváme vektorové pole, které značíme rot $\overrightarrow{f}$:

$$\operatorname{rot} \overrightarrow{f} = \nabla \times \overrightarrow{f}$$

rot $\overrightarrow{f}\,(A)$ je vektor, který udává směr osy, kolem které má pole $\overrightarrow{f}$ největší točivost.

Operátory druhého řádu (φ je skalární funkce)

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \overrightarrow{f} = 0$$
$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = \overrightarrow{o}$$

Operátor

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathrm{x}^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathrm{y}^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathrm{z}^2}$$

značíme $\triangle \varphi$ (Laplaceův operátor)