ALFA

Př. $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

I. $D(f) = (0, +\infty)$, f spojitá v $D(f)$

$\lim_{x \to +\infty} = \frac{+\infty}{+\infty} \overset{l'H}{=} \lim \frac{\frac{1}{x}}{1} = \frac{0}{1} = 0$

$x \to 0_+ = \frac{"-\infty"}{0_+} = -\infty \Rightarrow$ svislá as. $x = 0$

prús. s osou x: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \ln x = 0$, $x = 1$

II. $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, $D(f') = (0; \infty)$

$f' > 0 \Leftrightarrow 1 - \ln x > 0$, $1 > \ln x$

$x < e^1$, f rost. v $(+0; e)$

$f' < 0 \Leftrightarrow$ ..... , f kles. v $\langle e; +\infty)$

} lok. Max $f(e) = 1/e$ (absolutní na $D(f)$)

III. $f''(x) = \frac{2x \cdot \ln x - 3x}{x^4}$, $D(f'') = (0, \infty)$

$f'' > 0 \Leftrightarrow 2\ln x - 3 > 0$, $x > e^{3/2}$

$x > \sqrt{e^3}$, f konvex. v $\langle \sqrt{e^3}; \infty)$

$f'' < 0 \Leftrightarrow$ .... $x < \sqrt{e^3}$, konkáv. v $(0; \sqrt{e^3}\rangle$

} $x = \sqrt{e^3}$ Infl. bod $x \doteq 4{,}5$

IV. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ y = 0 je asympt. pro $x \to +\infty$

GRAF.