

Průběh funkce $f(x) = \frac{x^2+16}{x}$

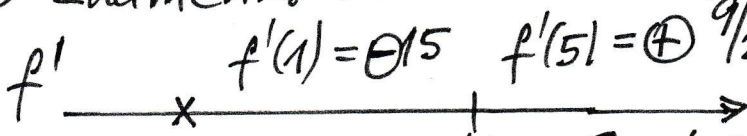
I. $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$; v něm je fce spojita!
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} = \frac{16}{0^+} = +\infty$ fce je lichá: $f(-x) = \frac{(-x)^2+16}{-x} = -f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} = \frac{+\infty}{+\infty} = \text{lok} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{1} = +\infty$$

II. $f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2+16)}{x^2} = \frac{x^2-16}{x^2}$, je spojita v $D(f)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 4$$

* Znaménková derivace na $(0; \infty)$, Metoda "mlpovyjdi bozli"
 znaménko $f'(x)$ pro vhodné \bar{x} je znaménkem f' na celém intervalu



f je klesající na $(0; 4)$
 f je rostoucí na $(4; +\infty)$
 lok. min v $x=4$, $f(4) = 8$

III. $f''(x) = \frac{32}{x^3}$, spojita v $D(f)$

$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; +\infty)$, fce je vyše konvexní
 $f''(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 0)$, fce je vyše konkávní

Jaflexuální body nejsou.

IV. Asymptoty (pouze zk Alfa):

1.) vertikála $x=0$, když $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

2.) šikmá, $y = kx + q$ pro $x \rightarrow +\infty$

$$k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+16}{x^2} = \text{lok} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{2x} = 1$$

$$q = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+16}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{16}{x} = 0$$

$$y = x$$

Graf je souměrný podle počátku.

* lze řešit i přímo: $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow |x| < 4 \Leftrightarrow -4 < x < 4$ ale $x \neq 0$