České vysoké učení technickév Praze – Fakulta strojní
Ústav technické matematiky, Karlovo nám. 13, 121 35 Praha 2

Matematika II, úroveň Alfa – Plán přednášek, cvičení a seminářů v prezenčním studiu v akademickém roce 2015/16

Plán přednášek:

1. **týden (22. – 26. 2.):** Bod v $\mathbb{E}_n$ a jeho okolí. Posloupnost bodů v $\mathbb{E}_n$ a její limita. Vnitřní a hraniční bod množiny v $\mathbb{E}_n$. Otevřená a uzavřená množina v $\mathbb{E}_n$, hranice a uzávěr množiny v $\mathbb{E}_n$. Reálná funkce k proměnných, její limita a spojitost. Parciální derivace, geometrický význam. Gradient funkce n proměnných, jeho fyzikální a geometrický význam.

2. **týden (29. 2. – 4. 3.):** Totální diferenciál. Diferencovatelná funkce. Souvislost s existencí tečné roviny. Parciální derivace složené funkce. Derivace ve směru a její výpočet, geometrický význam. Rovnice tečné roviny a rovnice normály ke grafu funkce $z = f(x, y)$ a k ploše popsané rovnicí $F(x, y, z) = 0$.

3. **týden (7. – 11. 3.):** Parciální derivace vyšších řádů. Diferenciální operátory. Divergence vektorového pole. Rotace vektorového pole.
Funkce $y = f(x)$ zadaná implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$. Existence, spojitost a derivace 1. a 2. řádu. Tečna ke grafu a Taylorův polynom 2. stupně. Přibližný výpočet hodnoty implicitní funkce $y = f(x)$. Funkce $z = f(x, y)$ zadaná implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$. Existence, spojitost a parciální derivace. Tečná rovina. Přibližný výpočet hodnoty implicitně zadané funkce dvou proměnných.

4. **týden (14. – 18. 3.):** Lokální extrémy funkcí dvou proměnných. Nutná podmínka, postačující podmínky. Zmínka o funkcích více proměnných. Globální (absolutní) extrémy funkce dvou proměnných. Vázané extrémy.

5. **týden (21. – 25. 3.):** Dvojný integrál, fyzikální a geometrický význam. Jordanova míra a měřitelné množiny v $\mathbb{E}_2$. Základní vlastnosti dvojného integrálu. Fubiniova věta pro dvojný integrál. Plošný obsah rovinného obrazce. Výpočet mechanických charakteristik rovinné desky.

6. **týden (28. 3. – 1. 4.):** Transformace dvojného integrálu do polárních, resp. zobecněných polárních souřadnic.
Trojný integrál, fyzikální a geometrický význam. Jordanova míra a měřitelné množiny v $\mathbb{E}_3$. Fubiniova věta pro trojný integrál.

7. **týden (4. – 8. 4.):** Základní vlastnosti trojného integrálu. Transformace integrálů do cylindrických a sférických souřadnic. Použití zobecněných verzí těchto souřadnic.
Objem tělesa. Výpočet mechanických charakteristik těles.

8. **týden (11. – 15. 4.):** Jednoduchá (po částech) hladká křivka v $\mathbb{E}_2$ a v $\mathbb{E}_3$. Uzavřená křivka. Parametrizace křivky: úsečka, kružnice, elipsa, šroubovice. Graf funkce jedné proměnné $y = f(x)$, resp. $x = g(y)$. Křivka se zadanou parametrizací. Křivka v $\mathbb{E}_3$ zadaná průnikem dvou ploch. Křivkový integrál skalární funkce, základní vlastnosti a fyzikální význam. Délka křivky. Výpočet mechanických charakteristik křivek.

9. **týden (18. – 22. 4.):** Křivkový integrál vektorové funkce, základní vlastnosti a fyzikální význam. Souvislost mezi křivkovým integrálem vektorové funkce a křivkovým integrálem skalární funkce. Cirkulace vektorového pole po uzavřené křivce. Greenova věta.

10. **týden (25. – 29. 4.):** Definice potenciálního pole (v $\mathbb{E}_2$ a v $\mathbb{E}_3$). Nezávislost křivkového integrálu vektorové funkce na cestě, souvislost s cirkulací této vektorové funkce po uzavřených křivkávh. Nutná podmínka a postačující podmínky, aby rovinné vektorové pole bylo potenciální v oblasti v $\mathbb{E}_2$. Výpočet potenciálu.
11. **týden (2. – 6. 5.):** Jednoduchá hladká plocha a jednoduchá po částech hladká plocha v $\mathbb{E}_3$. Uzavřená (po částech hladká) plocha.
    Plošný integrál skalární funkce, základní vlastnosti a fyzikální význam. Plošný obsah plochy. Výpočet mechanických charakteristik ploch.
12. **týden (9. – 13. 5.):** Plošný integrál vektorové funkce, základní vlastnosti a fyzikální význam. Souvislost mezi plošným integrálem vektorové funkce a plošným integrálem skalární funkce. Tok vektorového pole plochou. Gaussova věta.
13. **týden (16. – 20. 5.):** Nutná podmínka a postačující podmínky, aby vektorové pole bylo potenciální v oblasti v $\mathbb{E}_3$. Výpočet potenciálu. Solenoidální pole. Nutná podmínka, aby diferencovatelné vektorové pole bylo solenoidální v dané oblasti (v $\mathbb{E}_2$ a v $\mathbb{E}_3$). Stokesova věta.

Odpadlá výuka:

Pondělí 28. 3., Velikonoce (nahrazeno 23. 5.)
Úterý 19. 4., konference STČ (nahrazeno 24. 5.)
Středa 11. 5., rektorský den – sportovní den bez výuky (nahrazeno 25. 5.)

Literatura:

[1] J. Neustupa: **Matematika II.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2015 (v tisku). *(Základní skriptum k předmětu Matematika II.)*

[2] E. Brožíková, M. Kittlerová: **Sbírka příkladů z Matematiky II.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2003, dotisk 2007. *(Sbírka řešených i neřešených příkladů, určená pro cvičení i pro samostatné studium.)*

[3] J. Neustupa: **Matematika I.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2014.

[4] **Matematika II - ukázka zkouškových testů úrovně A a B (2015)**. Webové stránky ÚTM, Matematika II (konec února).

Plán cvičení z Matematiky II úrovně Alfa v akademickém roce 2015/16:
(pod písmeny a) a b) jsou uvedena témata na 1. a 2. cvičení v daném týdnu)

1. a) Riemannův integrál funkce jedné proměnné. Důraz na integrály z úloh předmětu Matematika II. Integrály $\int f(x,y)\,\mathrm{d}x$, resp. $\int f(x,y)\,\mathrm{d}y$. Kuželosečky, množiny jimi ohraničené v $\mathbb{E}_2$. Kvadratické plochy v základní i posunuté poloze. Množiny jimi ohraničené v $\mathbb{E}_3$.
   b) Funkce více proměnných: definiční obor, spojitost, graf, izokřivka, izoplocha.
2. Parciální derivace prvního řádu, geometrický význam. Gradient, jeho geometrický a fyzikální význam. Totální diferenciál. Tečná rovina, normálový vektor, rovnice normály ke grafu funkce $z = f(x,y)$ a k ploše popsané rovnicí $F(x,y,z) = 0$. Přibližný výpočet funkční hodnoty pomocí diferenciálu, resp. pomocí rovnice tečné roviny.
3. a) Derivace ve směru a její výpočet, geometrický význam. Parciální derivace vyššího řádu.
   b) Funkce $y = f(x)$ zadaná implicitně rovnicí $F(x,y) = 0$. Existence, spojitost a derivace 1. a 2. řádu. Tečna ke grafu a Taylorův polynom 2. stupně. Přibližný výpočet hodnoty implicitně zadané funkce $y = f(x)$. Popis chování funkce $y = f(x)$ v okolí bodu x_0 ze znalosti derivací $f'(x_0), f''(x_0)$.
4. a) Funkce $z = f(x,y)$ zadaná implicitně rovnicí $F(x,y,z) = 0$. Existence, spojitost a parciální derivace. Tečná rovina. Přibližný výpočet hodnoty implicitně zadané funkce dvou proměnných.
   b) Lokální extrémy funkce $z = f(x,y)$. Nutná podmínka, postačující podmínky.
5. a) Globální extrémy funkce $z = f(x,y)$. Vázané extrémy (řešené bez Lagrangeovy funkce).
   b) Dvojný integrál. Fubiniova věta. Geometrické aplikace: Obsah rovinného obrazce, objem tělesa.
6. a) Dvojný integrál, fyzikální aplikace: mechanické charakteristiky rovinné desky.
   b) Výpočet dvojných integrálů pomocí transformace do polárních, resp. zobecněných polárních souřadnic.
7. Trojný integrál. Fubiniova věta. Geometrické a fyzikální aplikace. Objem tělesa, výpočet mechanických charakteristik těles. Výpočet trojných integrálů pomocí transformace do cylindrických souřadnic.
8. a) Výpočet trojných integrálů pomocí transformace do sférických souřadnic. Použití zobecněných verzí těchto souřadnic (cylindrické, sférické).
   b) Křivky v $\mathbb{E}_2$ a v $\mathbb{E}_3$, jejich parametrizace. Úsečka, kružnice, elipsa, šroubovice. Graf funkce jedné proměnné $y = f(x)$, resp. $x = g(y)$. Křivka se zadanou parametrizací. Křivka v $\mathbb{E}_3$ zadaná průnikem dvou ploch. Křivkový integrál skalární funkce.
9. a) Délka křivky. Mechanické charakteristiky křivky.
   b) Křivkový integrál vektorové funkce. Cirkulace vektorového pole po uzavřené křivce v $\mathbb{E}_2$.
10. Greenova věta. Nezávislost křivkového integrálu vektorového pole na integrační cestě v $\mathbb{E}_2$, v $\mathbb{E}_3$. Potenciální pole v $\mathbb{E}_2$, nutná podmínka, postačující podmínky. Výpočet potenciálu v $\mathbb{E}_2$. Jednoduché úlohy v $\mathbb{E}_3$.
11. Plochy v $\mathbb{E}_3$, jejich parametrizace. Plošný integrál skalární funkce. Obsah plochy, mechanické charakteristiky ploch.
12. Plošný integrál vektorové funkce. Tok vektorového pole plochou (výpočet).
13. Divergence. Gaussova-Ostrogradského věta.

Plán seminářů úrovně Alfa:

Plán seminářů úrovně Alfa se tématicky shoduje s plánem cvičení. V seminářích budou mimo jiné řešeny úlohy obdobné úlohám ze semestrálních zkoušek z Matematiky II A z minulých let.