



**Matematika II, úroveň Beta – Plán přednášek, cvičení a seminářů v prezenčním studiu v akademickém roce 2015/16**

**Plán přednášek:**

- 1. týden (22. – 26. 2.):** Euklidův prostor  $\mathbb{E}_n$ . Okolí bodu. Omezená, uzavřená a otevřená množina, uzávěr a hranice množiny v  $\mathbb{E}_n$ . Oblast.  
Reálná funkce více proměnných, její definiční obor, spojitost. Parciální derivace, geometrický význam. Gradient funkce  $n$  proměnných, jeho fyzikální a geometrický význam.
- 2. týden (29. 2. – 4. 3.):** Tečná rovina a normála ke grafu funkce dvou proměnných, jejich rovnice. Postačující podmínky pro existenci tečné roviny. Přibližný výpočet funkční hodnoty pomocí rovnice tečné roviny. Zmínka o totálním diferenciálu (funkce diferencovatelná).  
Derivace ve směru a její výpočet, geometrický význam.
- 3. týden (7. – 11. 3.):** Parciální derivace vyšších řádů. Zmínka o diferenciálních operátorech (divergence vektorového pole, rotace vektorového pole).  
Funkce jedné proměnné  $y = f(x)$  zadaná implicitně rovnicí  $F(x, y) = 0$ , její spojitost a derivace 1. řádu. Tečna ke grafu, přibližný výpočet hodnoty implicitně zadané funkce jedné proměnné. Popis chování funkce  $y = f(x)$  v okolí bodu  $x_0$  ze znalosti derivace  $f'(x_0)$ .
- 4. týden (14. – 18. 3.):** Lokální extrémy funkce dvou proměnných. Nutné podmínky. Postačující podmínky. Vyšetření lokálních extrémů jednoduchých funkcí. Zmínka o globálních extrémech.
- 5. týden (21. – 25. 3.):** Dvojný integrál, fyzikální a geometrický význam. Fubiniova věta pro dvojný integrál.  
Plošný obsah rovinného obrazce. Výpočet mechanických charakteristik rovinné desky.
- 6. týden (28. 3. – 1. 4.):** Transformace dvojného integrálu do polárních, resp. zobecněných polárních souřadnic.  
Trojný integrál, fyzikální a geometrický význam.
- 7. týden (4. – 8. 4.):** Fubiniova věta pro trojný integrál. Objem tělesa. Výpočet mechanických charakteristik těles.  
Základní vlastnosti dvojného a trojného integrálu. Nezávislost na množinách míry nula.
- 8. týden (11. – 15. 4.):** Transformace trojného integrálu do cylindrických a sférických souřadnic. Jednoduchá hladká křivka v  $\mathbb{E}_2$  a v  $\mathbb{E}_3$ . Uzavřená křivka.
- 9. týden (18. – 22. 4.):** Křivkový integrál skalární funkce, základní vlastnosti.  
Délka křivky. Výpočet mechanických charakteristik křivek.
- 10. týden (25. – 29. 4.):** Křivkový integrál vektorové funkce, fyzikální význam, výpočet.  
Cirkulace vektorového pole po uzavřené křivce. Greenova věta.
- 11. týden (2. – 6. 5.):** Potenciální pole (v  $\mathbb{E}_2$  a v  $\mathbb{E}_3$ ). Nezávislost křivkového integrálu vektorové funkce na integrační cestě, souvislost s potenciálem a s cirkulací této vektorové funkce po uzavřených křivkách.  
Postačující podmínky pro to, aby rovinné vektorové pole bylo potenciální v dané oblasti v  $\mathbb{E}_2$ . Řešení úloh v  $\mathbb{E}_2$ .

12. **týden (9. – 13. 5.):** Jednoduchá hladká plocha ve tvaru (části) grafu funkce dvou proměnných a její parametrizace.  
Plošný integrál skalární funkce. Plošný integrál vektorové funkce. Fyzikální význam.  
Výpočet plošného integrálu, a to včetně plochy se zadanou parametrizací.
13. **týden (16. – 20. 5.):** Aplikace plošného integrálu. Obsah plochy. Výpočet mechanických charakteristik ploch. Tok vektorového pole plochou. Gaussova věta.

### Odpadá výuka:

- Pondělí 28. 3., Velikonoce (nahrazeno 23. 5.)  
Úterý 19. 4., konference STČ (nahrazeno 24. 5.)  
Středa 11. 5., rektorský den – sportovní den bez výuky (nahrazeno 25. 5.)

### Literatura:

- [1] J. Neustupa: **Matematika II.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2015 (v tisku). (*Základní skriptum k předmětu Matematika II.*)
- [2] E. Brožíková, M. Kittlerová: **Sbírka příkladů z Matematiky II.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2003, dotisk 2007. (*Sbírka řešených i neřešených příkladů, určená pro cvičení i pro samostatné studium.*)
- [3] J. Neustupa: **Matematika I.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2014.
- [4] **Matematika II - ukázka zkouškových testů úrovně A a B (2015).** Webové stránky ÚTM, Matematika II (konec února).

## Plán cvičení z Matematiky II úrovně Beta v akademickém roce 2015/16:

(pod písmeny a) a b) jsou uvedena témata na 1. a 2. cvičení v daném týdnu)

1. Riemannův integrál funkce jedné proměnné. Důraz na integrály v úlohách předmětu Matem. II. Jednoduché integrály  $\int f(x, y) dx$ , resp.  $\int f(x, y) dy$ . Kuželosečky, množiny jimi ohraničené v  $\mathbb{E}_2$ . Kvadratické plochy v základní i posunutě poloze. Množiny jimi ohraničené v  $\mathbb{E}_3$
2. Funkce dvou a tří proměnných: definiční obor, spojitost, graf. Parciální derivace prvního řádu, geometrický význam. Gradient funkce, jeho geometrický a fyzikální význam.
3. Tečná rovina, normálový vektor, rovnice normály ke grafu funkce  $z = f(x, y)$ . Přibližný výpočet funkční hodnoty. Totální diferenciál. Derivace ve směru a její výpočet, geometrický význam.
4. Funkce jedné proměnné  $y = f(x)$  definovaná implicitně rovnicí  $F(x, y) = 0$ . Ověření předpokladů o existenci funkce  $y = f(x)$  a spojitosti její derivace. Výpočet první derivace. Rovnice tečny ke grafu implicitně zadané funkce. Přibližný výpočet funkční hodnoty.
5. Parciální derivace druhého řádu. Lokální extrémy funkce  $z = f(x, y)$ . Nutné a postačující podmínky. Vyšetření lokálních extrémů jednoduchých funkcí.
6. Dvojný integrál. Výpočet dvojného integrálu pomocí Fubiniovy věty. Geometrické a fyzikální aplikace (obsah rovinného obrazce, mechanické charakteristiky rovinné desky).
7. Dvojný integrál. Transformace do polárních, resp. zobecněných polárních souřadnic.
8. Trojný integrál. Fubiniova věta. Transformace do cylindrických souřadnic. Objem tělesa, výpočet mechanických charakteristik těles.
9. Trojný integrál. Výpočet trojných integrálů pomocí transformace do sférických souřadnic. Jednoduché hladké křivky v  $\mathbb{E}_2$  a v  $\mathbb{E}_3$ , jejich parametrizace. Úsečka, kružnice, elipsa, šroubovice. Graf funkce jedné proměnné  $y = f(x)$ , resp.  $x = g(y)$ . Křivka se zadanou parametrizací.
10. Křivkový integrál skalární funkce. Křivkový integrál vektorové funkce. Aplikace křivkového integrálu.
11. Cirkulace vektorového pole po uzavřené křivce v  $\mathbb{E}_2$ . Greenova věta.
12. Nezávislost křivkového integrálu rovinného vektorového pole na integrační cestě v  $\mathbb{E}_2$ . Potenciální pole v  $\mathbb{E}_2$ , postačující podmínky. Výpočet potenciálu podle 1. metody (viz [1]).
13. Výpočet plošného integrálu skalární funkce a vektorové funkce na jednoduché hladké ploše tvaru (části) grafu funkce dvou proměnných a na ploše, jejíž parametrizace je zadána. Úlohy s geometrickou a fyzikální aplikací.

## Plán seminářů úrovně Beta:

Plán seminářů úrovně Beta se tématicky shoduje s plánem cvičení. V seminářích budou mimo jiné řešeny úlohy obdobné úlohám ze semestrálních zkoušek z Matematiky II z minulých let.