

**Matematika II, úroveň Alfa – Plán přednášek v prezenčním studiu
v akademickém roce 2016/17**

- 1. týden (20. – 24. 2.):** Euklidův prostor \mathbb{E}_n . Okolí bodu. Vnitřní a hraniční bod množiny v \mathbb{E}_n . Hranice a uzávěr množiny v \mathbb{E}_n . Otevřená a uzavřená množina v \mathbb{E}_n . Množina omezená. Mn. souvislá. Oblast. Posloupnost bodů v \mathbb{E}_n a její limita. Reálná funkce n proměnných, její limita a spojitost. Parciální derivace, geometrický význam. Gradient funkce n proměnných, jeho fyzikální a geometrický význam.
- 2. týden (27. 2. – 3. 3.):** Totální diferenciál. Diferencovatelná funkce. Nutné podmínky. Postačující podmínka. Souvislost s existencí tečné roviny. Parciální derivace složené funkce. Derivace ve směru a její výpočet, geometrický význam. Rovnice tečné roviny a rovnice normály ke grafu funkce $z = f(x, y)$ a k ploše popsané rovnicí $F(x, y, z) = 0$. Přibližný výpočet funkční hodnoty pomocí rovnice tečné roviny a pomocí diferenciálu.
- 3. týden (6. – 10. 3.):** Parciální derivace vyšších řádů. Diferenciální operátory. Divergence vektorového pole. Rotace vektorového pole. Lokální extrémy funkcí dvou proměnných. Nutná podmínka, postačující podmínky. Zmínka o funkcích více proměnných. Globální (absolutní) extrémy funkce dvou proměnných. Vázané extrémy.
- 4. týden (13. – 17. 3.):** Funkce $y = f(x)$ zadaná implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$. Existence, spojitost a derivace 1. a 2. řádu. Tečna ke grafu a Taylorův polynom 2. stupně. Přibližný výpočet hodnoty implicitní funkce $y = f(x)$. Chování funkce $y = f(x)$ v okolí bodu x_0 ze znalosti derivací $f'(x_0)$, $f''(x_0)$. Funkce $z = f(x, y)$ zadaná implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$. Existence, spojitost a parciální derivace 1. řádu. Tečná rovina. Přibližný výpočet hodnoty implicitně zadané funkce dvou proměnných.
- 5. týden (20. – 24. 3.):** Dvojný integrál, fyzikální a geometrický význam. Jordanova míra a měřitelné množiny v \mathbb{E}_2 . Základní vlastnosti dvojného integrálu. Fubiniova věta pro dvojný integrál. Plošný obsah rovinného obrazce. Výpočet mechanických charakteristik rovinné desky.
- 6. týden (27. – 31. 3.):** Transformace dvojného integrálu do polárních, resp. zobecněných polárních souřadnic. Trojný integrál, fyzikální a geometrický význam. Jordanova míra a měřitelné množiny v \mathbb{E}_3 . Fubiniova věta pro trojný integrál.
- 7. týden (3. – 7. 4.):** Základní vlastnosti trojného integrálu. Transformace integrálů do cylindrických a sférických souřadnic. Použití zobecněných verzí těchto souřadnic. Objem tělesa. Výpočet mechanických charakteristik těles.
- 8. týden (10. – 14. 4.):** Jednoduchá (po částech) hladká křivka v \mathbb{E}_2 a v \mathbb{E}_3 . Uzavřená křivka. Orientovaná křivka. Parametrizace křivky: úsečka, kružnice, elipsa, šroubovice. Graf funkce jedné proměnné $y = f(x)$, resp. $x = g(y)$. Křivka se zadanou parametrizací. Křivka v \mathbb{E}_3 zadaná průnikem dvou ploch. Křivkový integrál skalární funkce, základní vlastnosti a fyzikální význam. Délka křivky. Výpočet mechanických charakteristik křivek.
- 9. týden (17. – 22. 4.):** Křivkový integrál vektorové funkce, základní vlastnosti a fyzikální význam. Souvislost mezi křivkovým integrálem vektorové funkce a křivkovým integrálem skalární funkce. Cirkulace vektorového pole po uzavřené křivce. Greenova věta.

10. **týden (24. – 28. 4.):** Definice potenciálního pole (v \mathbb{E}_2 a v \mathbb{E}_3). Nezávislost křivkového integrálu vektorové funkce na cestě, souvislost s cirkulací této vektorové funkce po uzavřených křivkách. Nutná podmínka a postačující podmínky, aby rovinné vektorové pole bylo potenciální v oblasti v \mathbb{E}_2 . Výpočet potenciálu v \mathbb{E}_2 podle 1. metody (viz [1]) a její modifikace (viz MAT III). Výpočet potenciálu pomocí křivkového integrálu.
11. **týden (1. – 5. 5.):** Jednoduchá hladká plocha a jednoduchá po částech hladká plocha v \mathbb{E}_3 . Uzavřená (po částech hladká) plocha. Plošný integrál skalární funkce, základní vlastnosti a fyzikální význam. Plošný obsah plochy. Výpočet mechanických charakteristik ploch.
12. **týden (8. – 12. 5.):** a) Plošný integrál vektorové funkce, základní vlastnosti a fyzikální význam. Souvislost mezi plošným integrálem vektorové funkce a plošným integrálem skalární funkce. Tok vektorového pole plochou.
b) Gaussova-Ostrogradského věta.
13. **týden (15. – 19. 5.):** Nutná podmínka a postačující podmínky, aby vektorové pole bylo potenciální v oblasti v \mathbb{E}_3 . Výpočet potenciálu.
b) Solenoidální pole. Nutná podmínka, aby diferencovatelné vektorové pole bylo solenoidální v dané oblasti (v \mathbb{E}_2 a v \mathbb{E}_3). Stokesova věta.
14. **týden (22. – 26. 5.):** Náhrada za odpadlou výuku.

Odpadá výuka:

- Pátek 14. 4., Velký pátek (nahrazeno 26. 5.)
- Pondělí 17. 4., Velikonoce (nahrazeno 22. 5.)
- Čtvrtek 20. 4., konference STČ (bez náhrady)
- Pondělí 1. 5., státní svátek (nahrazeno 2. 5. a 2. 5. bude nahrazeno 23. 5.)
- Pondělí 8. 5., státní svátek (nahrazeno 11. 5. a 11. 5. bude nahrazeno 25. 5.)
- Středa 17. 5., rektorský den – sportovní den bez výuky (nahrazeno 24. 5.)

Literatura:

- [1] J. Neustupa: **Matematika II.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2016. (*Základní skriptum k předmětu Matematika II.*)
- [2] E. Brožiková, M. Kittlerová, F. Mráz: **Sbírka příkladů z Matematiky II.** Webové stránky předmětu Matematika II. (*Sbírka řešených i neřešených příkladů, určená pro cvičení i pro samostatné studium.*)
- [3] J. Neustupa: **Matematika I.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2014.
- [4] **Matematika II - ukázka zkouškových testů úrovně A a B (2017).** Webové stránky ÚTM, Matematika II (konec února).

**Matematika II, úroveň Alfa – Plán cvičení a seminářů v prezenčním studiu
v akademickém roce 2016/17**

Plán cvičení: (pod písmeny a) a b) jsou uvedena témata na 1. a 2. cvičení v daném týdnu)

1. týden (20. – 24. 2.):

- a) Riemannův integrál funkce jedné proměnné. Důraz na integrály z úloh předmětu Matematika II. Integrály $\int f(x, y) dx$, resp. $\int f(x, y) dy$. Kuželosečky, množiny jimi ohraničené v \mathbb{E}_2 . Kvadratické plochy v základní i posunuté poloze. Množiny jimi ohraničené v \mathbb{E}_3 .
- b) Funkce více proměnných: definiční obor, spojitost, graf, izokřivka, izoplocha.

2. týden (27. 2. – 3. 3.):

- a) Parciální derivace prvního řádu, geometrický význam. Gradient, jeho geometrický a fyzikální význam.
- b) Totální diferenciál. Tečná rovina, normálový vektor, rovnice normály ke grafu funkce $z = f(x, y)$ a k ploše popsané rovnicí $F(x, y, z) = 0$. Přibližný výpočet funkční hodnoty pomocí diferenciálu, resp. pomocí rovnice tečné roviny.

3. týden (6. – 10. 3.):

- a) Derivace ve směru a její výpočet, geometrický význam. Parciální derivace vyššího řádu.
- b) Lokální extrémů funkce $z = f(x, y)$. Nutná podmínka, postačující podmínky.

4. týden (13. – 17. 3.):

- a) Globální extrémů funkce $z = f(x, y)$. Vázané extrémů (řešené bez Lagrangeovy funkce).
- b) Funkce $y = f(x)$ zadaná implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$. Existence, spojitost a derivace 1. a 2. řádu. Tečna ke grafu a Taylorův polynom 2. stupně. Přibližný výpočet hodnoty implicitně zadané funkce $y = f(x)$. Popis chování funkce $y = f(x)$ v okolí bodu x_0 ze znalosti derivací $f'(x_0)$, $f''(x_0)$.

5. týden (20. – 24. 3.):

- a) Funkce $z = f(x, y)$ zadaná implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$. Existence, spojitost a parciální derivace. Tečná rovina. Přibližný výpočet hodnoty implicitně zadané funkce dvou proměnných.
- b) Dvojný integrál. Fubiniova věta. Geometrické aplikace: Obsah rovinného obrazce, objem tělesa.

6. týden (27. – 31. 3.):

- a) Dvojný integrál, fyzikální aplikace: mechanické charakteristiky rovinné desky.
- b) Výpočet dvojných integrálů pomocí transformace do polárních, resp. zobecněných polárních souřadnic.

7. týden (3. – 7. 4.):

- Trojný integrál. Fubiniova věta. Geometrické a fyzikální aplikace. Objem tělesa, výpočet mechanických charakteristik těles.

8. týden (10. – 14. 4.):

- a) Výpočet trojných integrálů pomocí transformace do cylindrických souřadnic.
- b) Výpočet trojných integrálů pomocí transformace do sférických souřadnic. Použití zobecněných verzí těchto souřadnic (cylindrické, sférické).

9. týden (17. – 22. 4.):

- a) Křivky v \mathbb{E}_2 a v \mathbb{E}_3 , jejich parametrizace. Úsečka, kružnice, elipsa, šroubovice. Graf funkce jedné proměnné $y = f(x)$, resp. $x = g(y)$. Křivka se zadanou parametrizací. Křivka v \mathbb{E}_3 zadaná průnikem dvou ploch. Křivkový integrál skalární funkce.
- b) Délka křivky. Mechanické charakteristiky křivky.

10. týden (24. – 28. 4.):

- a) Křivkový integrál vektorové funkce. b) Cirkulace vektorového pole po uzavřené křivce v \mathbb{E}_2 . Greenova věta.

11. týden (1. – 5. 5.):

- a) Nezávislost křivkového integrálu vektorového pole na integrační cestě v \mathbb{E}_2 , v \mathbb{E}_3 . Potenciální pole v \mathbb{E}_2 , nutná podmínka, postačující podmínky. Výpočet potenciálu v \mathbb{E}_2 . Jednoduché úlohy v \mathbb{E}_3 .
- b) Plochy v \mathbb{E}_3 , jejich parametrizace. Plošný integrál skalární funkce. Obsah plochy, mechanické charakteristiky ploch.

12. týden (8. – 12. 5.):

- Plošný integrál vektorové funkce. Tok vektorového pole plochou (výpočet).

13. týden (15. – 19. 5.):

- Plošný integrál vektorové funkce. Divergence. Gaussova-Ostrogradského věta.

14. týden (22. – 26. 5.):

- Náhrada za odpadlou výuku.

Odpadá výuka:

- Pátek 14. 4., Velký pátek (nahrazeno 26. 5.)
- Pondělí 17. 4., Velikonoce (nahrazeno 22. 5.)
- Čtvrtek 20. 4., konference STČ (bez náhrady)
- Pondělí 1. 5., státní svátek (nahrazeno 2. 5. a 2. 5. bude nahrazeno 23. 5.)
- Pondělí 8. 5., státní svátek (nahrazeno 11. 5. a 11. 5. bude nahrazeno 25. 5.)
- Středa 17. 5., rektorský den – sportovní den bez výuky (nahrazeno 24. 5.)

Plán seminářů úrovně Alfa:

Výuka v semináři začíná v prvním týdnu, tj. v pondělí 20. 2. 2017 a v úterý 21. 2. 2017 v 16 hod v KA 214. Plán seminářů úrovně Alfa se tématicky shoduje s plánem cvičení. V seminářích budou mimo jiné řešeny úlohy obdobné úlohám ze semestrálních zkoušek z Matematiky II A z minulých let.