České vysoké učení technickév Praze – Fakulta strojní
Ústav technické matematiky, Karlovo nám. 13, 121 35 Praha 2

Matematika II, úroveň Alfa – Požadavky ke zkoušceu v akademickém roce 2018/19

1. Riemannův integrál funkce jedné proměnné.
2. Vnitřní a hraniční bod množiny v $\mathbb{E}_n$. Hranice a uzávěr množiny v $\mathbb{E}_n$. Množina otevřená, uzavřená, omezená, souvislá; oblast.
3. Funkce více proměnných: definiční obor, spojitost, graf, parciální derivace prvního řádu, jejich geometrický význam.
4. Množiny v $\mathbb{E}_2$, jejichž hranice jsou křivky (přímka, kuželosečky, grafy funkcí jedné proměnné). Množiny v $\mathbb{E}_3$, jejichž hranice jsou plochy (rovina, kvadratické plochy, grafy funkcí dvou proměnných).
5. Totální diferenciál, postačující podmínky. Tečná rovina a rovnice normály ke grafu funkce $z = f(x, y)$ a k ploše popsané rovnicí $F(x, y, z) = 0$. Přibližný výpočet funkční hodnoty pomocí diferenciálu, resp. pomocí rovnice tečné roviny. Gradient funkce, jeho geometrický a fyzikální význam. Derivace ve směru, její geometrický význam.
6. Parciální derivace vyšších řádů. Diferenciální operátory. Divergence vektorového pole. Rotace vektorového pole. Jejich fyzikální význam.
7. Funkce jedné proměnné $y = f(x)$ definovaná implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ (věta o existenci, spojitosti a derivaci 1. a 2. řádu). Monotónie, lokální extrémy, konvexnost (konkávnost), Taylorův polynom 2. stupně a tečna ke grafu implicitně zadané funkce jedné proměnné. Přibližný výpočet funkční hodnoty.
8. Funkce dvou proměnných $z = f(x, y)$ definovaná implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ (věta o existenci, spojitosti a parciálních derivacích). Tečná rovina ke grafu implicitně zadané funkce dvou proměnných. Přibližný výpočet funkční hodnoty. Gradient, diferenciál, derivace ve směru implicitně zadané funkce dvou proměnných.
9. Lokální extrémy funkce $z = f(x, y)$. Nutná podmínka, postačující podmínky. Globální extrémy.
10. Dvojný integrál. Fubiniova věta. Geometrické a fyzikální aplikace. Obsah rovinného obrazce. Hmotnost, těžiště, statický moment, moment setrvačnosti rovinné desky.
11. Trojný integrál. Fubiniova věta. Geometrické a fyzikální aplikace. Objem tělesa. Hmotnost, těžiště, statický moment, moment setrvačnosti tělesa.
12. Základní vlastnosti dvojného a trojného integrálu. Výpočet dvojných a trojných integrálů pomocí transformace do polárních, cylindrických a sférických souřadnic. Použití zobecněných verzí těchto souřadnic (polární, cylindrické).
13. Jednoduchá (po částech) hladká křivka v $\mathbb{E}_2$ a v $\mathbb{E}_3$, její parametrizace. Uzavřená křivka. Křivkový integrál skalární funkce, základní vlastnosti. Fyzikální aplikace (mechanické charakteristiky - viz dvojný integrál). Délka křivky.
14. Křivkový integrál vektorové funkce, fyzikální význam (výpočet práce vykonané danou silou). Cirkulace rovinného vektorového pole po uzavřené křivce v $\mathbb{E}_2$. Greenova věta.
15. Potenciální pole v $\mathbb{E}_2$ a v $\mathbb{E}_3$. Nutné podmínky, postačující podmínky pro existenci. Nezávislost křivkového integrálu vektorového pole na integrační cestě. Souvislost těchto pojmů s cirkulací vektorového pole. Výpočet potenciálu v $\mathbb{E}_2$. Jednoduché úlohy v $\mathbb{E}_3$.
16. Jednoduchá (po částech) hladká plocha v $\mathbb{E}_3$, její parametrizace. Kvadratické plochy v základní i posunuté poloze. Graf funkce dvou proměnných. Plošný integrál skalární funkce, základní vlastnosti.

    Fyzikální aplikace (mechanické charakteristiky ploch - viz dvojný integrál). Obsah plochy.
17. Plošný integrál vektorové funkce. Fyzikální význam (tok vektorového pole danou plochou). Gaussova-Ostrogradského věta.