

MATEMATIKA 2 - úvodní pojmy

Případné připomínky k tomuto souboru sdělte laskavě F. Mrázovi (Frantisek.Mraz@fs.cvut.cz)

Literatura:

J. Neustupa: **Matematika II.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2015

I.1.1 Body a množiny v \mathbb{E}_n

Okolím bodu A o poloměru R rozumíme množinu

$$U_R(A) = \{X \in \mathbb{E}_n : \|X - A\| < R\}$$

Nechť nadále množina $M \subset \mathbb{E}_n$.

Bod $A \in M$ se nazývá vnitřní bod množiny M , jestliže existuje okolí $U(A)$ takové, že $U(A) \subset M$.

Bod B (nemusí ležet v M), se nazývá hraniční bod množiny M , jestliže v každém jeho okolí leží aspoň jeden bod množiny M a aspoň jeden bod, který nepatří do M .

Množinu všech vnitřních bodů mn. M značíme M° a nazýváme vnitřek množiny M .

Množina M se nazývá otevřená, je-li $M = M^\circ$ (tedy každý bod množiny M je jejím vnitřním bodem, neobsahuje žádný svůj hraniční bod).

Množinu všech hraničních bodů mn. M značíme ∂M a nazýváme hranicí množiny M .

Sjednocení $M \cup \partial M$ nazýváme uzávěr množiny M , značíme \overline{M} .

Množina M se nazývá uzavřená, je-li $M = \overline{M}$ (tedy obsahuje všechny své hraniční body).

Příklad. Množina $M = \mathbb{E}_n$ je v \mathbb{E}_n zároveň otevřená i uzavřená.

Příklad. Totéž platí pro množinu prázdnou, kt. značíme symbolem \emptyset .

Některé další vlastnosti množin

1. Sjednocení nebo průnik konečně mnoha otevřených množin je otevřená množina.
2. Sjednocení nebo průnik konečně mnoha uzavřených množin je uzavřená množina.
3. Hranice ∂M je uzavřená množina.
4. $M^\circ = M - \partial M$
5. M je otevřená množina, právě když její doplněk $\mathbb{E}_n - M$ je uzavřená množina.

Důležité množiny v \mathbb{E}_n

Úsečku v \mathbb{E}_n s krajními body A a B značíme \overline{AB} . Je to mn. všech bodů X tvaru $X = A + t(B - A)$, $t \in \langle 0, 1 \rangle$.

Příklad. Určete hraniční body úsečky a) v \mathbb{E}_1 , b) v \mathbb{E}_2 .

Nechť A_1, A_2, \dots, A_k jsou různé body v \mathbb{E}_n . Lomenou čarou v \mathbb{E}_n nazýváme sjednocení úseček $\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \dots, \overline{A_{k-1}A_k}$.

Množina M se nazývá souvislá, jestliže její libovolné dva body lze spojit lomenou čarou, která celá leží v M .

Množina $D \subset \mathbb{E}_n$, která je otevřená a souvislá se nazývá oblast v \mathbb{E}_n .

Množina M se nazývá omezená, jestliže existuje okolí počátku $U(O)$ takové, že $M \subset U(O)$.

I.1.13 - I.1.18 Posloupnost bodů v \mathbb{E}_n