

## MATEMATIKA 2 - úvodní pojmy

Případné připomínky k tomuto souboru sdělte laskavě F. Mrázovi (Frantisek.Mraz@fs.cvut.cz )

Literatura:

J. Neustupa: **Matematika II.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2015

### I.1.1 Body a množiny v $\mathbb{E}_n$

**Okolím bodu**  $A$  o poloměru  $R$  rozumíme množinu

$$U_R(A) = \{X \in \mathbb{E}_n : \|X - A\| < R\}$$

Nechť nadále množina  $M \subset \mathbb{E}_n$ .

Bod  $A \in M$  se nazývá **vnitřní bod** množiny  $M$ , jestliže existuje okolí  $U(A)$  takové, že  $U(A) \subset M$ .

Bod  $B$  (nemusí ležet v  $M$ ), se nazývá **hraniční bod** množiny  $M$ , jestliže v každém jeho okolí leží aspoň jeden bod množiny  $M$  a aspoň jeden bod, který nepatří do  $M$ .

Množinu všech vnitřních bodů mn.  $M$  značíme  $M^\circ$  a nazýváme vnitřek množiny  $M$ .

**Množina**  $M$  se nazývá **otevřená**, je-li  $M = M^\circ$  (tedy každý bod množiny  $M$  je jejím vnitřním bodem, neobsahuje žádný svůj hraniční bod).

Množinu všech hraničních bodů mn.  $M$  značíme  $\partial M$  a nazýváme hranicí množiny  $M$ .

Sjednocení  $M \cup \partial M$  nazýváme uzávěr množiny  $M$ , značíme  $\overline{M}$ .

**Množina**  $M$  se nazývá **uzavřená**, je-li  $M = \overline{M}$  (tedy obsahuje všechny své hraniční body).

Příklad. Množina  $M = \mathbb{E}_n$  je v  $\mathbb{E}_n$  zároveň otevřená i uzavřená.

Příklad. Totéž platí pro množinu prázdnou, kterou značíme symbolem  $\emptyset$ .

Některé další vlastnosti množin

1. Sjednocení (průnik) konečně mnoha otevřených množin je otevřená množina.
2. Sjednocení (průnik) konečně mnoha uzavřených množin je uzavřená množina.
3. Hranice  $\partial M$  je uzavřená množina.
4.  $M^\circ = M - \partial M$
5.  $M$  je otevřená množina, právě když její doplněk  $\mathbb{E}_n - M$  je uzavřená množina.

Důležité množiny v  $\mathbb{E}_n$

Úsečku v  $\mathbb{E}_n$  s krajními body  $A$  a  $B$  značíme  $\overline{AB}$ . Je to mn. všech bodů  $X$  tvaru  $X = A + t(B - A)$ ,  $t \in \langle 0, 1 \rangle$ .

Příklad. Určete hraniční body úsečky a) v  $\mathbb{E}_1$ , b) v  $\mathbb{E}_2$ .

Nechť  $A_1, A_2, \dots, A_k$  jsou různé body v  $\mathbb{E}_n$ . Lomenou čarou v  $\mathbb{E}_n$  nazýváme sjednocení úseček  $\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \dots, \overline{A_{k-1}A_k}$ .

**Množina**  $M$  se nazývá **souvislá**, jestliže její libovolné dva body lze spojit lomenou čarou, která celá leží v  $M$ .

Množina  $D \subset \mathbb{E}_n$ , která je otevřená a souvislá se nazývá **oblast** v  $\mathbb{E}_n$ .

**Množina**  $M$  se nazývá **omezená**, jestliže existuje okolí počátku  $U(O)$  takové, že  $M \subset U(O)$ .

I.1.13 - I.1.18 Posloupnost bodů v  $\mathbb{E}_n$