MATEMATIKA I.

prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.

III. Základy diferenciálního počtu

Matematika I.

I. Lineární algebra

II. Základy matematické analýzy

III. Diferenciální počet

IV. Integrální počet

Matematika I.

III. Diferenciální počet

Matematika I.

III. Diferenciální počet

III.1. Derivace funkce v bodě

Definice: Je-li $\boldsymbol{R}$ množina reálných čísel a n je nějaké přirozené číslo, potom uspořádanou n-tici reálných čísel $\boldsymbol{a}=(a_1, a_2, \dots a_n)$ budeme nazývat (*reálným) aritmetickým vektorem*. Číslo a_i nazýváme i-tou *souřadnicí* vektoru $\boldsymbol{a}$. Číslo n je *rozměr* vektoru $\boldsymbol{a}$.

Sčítání aritmetických vektorů:

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b} = (a_1, a_2, \dots a_n) + (b_1, b_2, \dots b_n) = (a_1+b_1, a_2+b_2, \dots a_n+b_n)$$

Násobení vektoru reálným číslem $r \in \mathbf{R}$:

$$r.\boldsymbol{a} = r.(a_1, a_2, \dots a_n) = (r.a_1, r.a_2, \dots r.a_n)$$

III.1. Derivace funkce v bodě

Derivace funkce v bodě x_0, derivace zprava a zleva, nevlastní derivace.

III.2. Geometrická a fyzikální interpretace derivace

Souvislost existence derivace funkce a její spojitosti v bodě a na intervalu. Geometrická i fyzikální interpretace pojmu derivace. Rovnice tečny ke grafu funkce $y = f(x)$ v bodě $[x_0, f(x_0)]$. Přibližné řešení rovnice $f(x) = 0$ (informativně).

III.3. Výpočet derivace

Vzorce pro derivace elementárních funkcí (příklady odvození).

Věty o derivaci součtu a rozdílu dvou funkcí, násobku funkce reálným číslem, součinu a podílu dvou funkcí.

Věty o derivaci složené funkce, inverzní funkce. Použití na konkrétních příkladech.

III.4. Derivace vyšších řádů

Derivace vyšších řádů.

III.5. Diferenciál funkce

Diferenciál funkce v bodě, jeho geometrický význam, použití k přibližnému výpočtu funkčních hodnot.

III.6. L'Hospitalovo pravidlo

Věta o střední hodnotě (Lagrangeova), grafické znázornění. L'Hospitalovo pravidlo.

III.7. Monotonie funkce, extrémy

Souvislost znaménka první derivace a průběhu funkce na intervalu.
Lokální extrémy funkce, souvislosti s první a druhou derivací. Nalezení lokálních extrémů konkrétních funkcí.
Globální extrémy spojité funkce na intervalu. Nalezení globálních extrémů konkrétních funkcí.

III.8. Konvexnost, konkávnost, inflexe

Konvexní a konkávní funkce na intervalu. Inflexní bod. Souvislost znaménka druhé derivace a konvexnosti (konkávnosti) funkce na intervalu. Nalezení inflexních bodů konkrétních funkcí.

III.9. Vyšetřování průběhu funkce

Asymptoty. Vyšetření průběhu funkce.

III.10. Křivost, oskulační kružnice

Křivost, oskulační kružnice.

III.11. Taylorův polynom

Taylorův polynom (speciálně MacLaurinův polynom) stupně n funkce f v bodě x_0. Odvození vzorců pro koeficienty Taylorova polynomu. Taylorova věta, Lagrangeův tvar zbytku. Aproximace jednodušších funkcí Taylorovými polynomy.